Predgovor

„Robotika – zbirka rešenih zadataka“ je nastavna literatura koja obrađuje osnovne teme iz oblasti robotike kroz prikaz rešenih zadataka. Po svojoj strukturi i sadržaju, zbirka prati osnovni univerzitetski kurs u oblasti robotike. Konkretno, na Univerzitetu u Beogradu - Elektrotehničkom fakultetu, zbirka je namenjena predmetu Robotika i automatizacija čiju sadržinu prati. Opšte, zbirka se može koristiti i kao pomoćna literatura za studente drugih srodnih fakulteta tehničkog usmerenja i visokih tehničkih škola. Takođe, zbirka se može koristiti od strane inženjera u početnim fazama karijere u cilju uvida u osnovne principe rada robota i rešenje tipičnih problema i zadataka koji se javljaju u industrijskoj robotici.

Sadržaj Zbirke je podeljen u sledećih devet poglavlja: Osnovni pojmovi, konfiguracije i primene, Direktna kinematika – homogene transformacije, Direktna kinematika – DH notacija i kinematika industrijskih robota, Inverzna kinematika, Diferencijalna kinematika – Jakobijan, Dinamika, Planiranje trajektorije, Pogonski i senzorski sistemi robota, Upravljanje. Sadržaj zbirke prati tipične tematske celine koje se javljaju u udžbenicima za predmete robotike na relevantnim svetskim univerzitetima.

U Beogradu, mart 2021. godine

Autori: Kosta Jovanović i Nikola Knežević

Sadržaj:

Osnovni pojmovi, konfiguracije i primene 1
Direktna kinematika – homogene transformacije 11
Direktna kinematika – DH notacija i kinematika industrijskih robota 37
Inverzna kinematika 61
Diferencijalna kinematika – Jakobijan 87
Dinamika 109
Planiranje trajektorije 141
Pogonski i senzorski sistemi robota 167
Upravljanje 181

1 Osnovni pojmovi, konfiguracije i primene

Savladavanjem problematike prikazane u ovom poglavlju, čitalac će biti osposobljen da razume i koristi osnovne pojmove u robotici. Takođe, zadaci iz ovog poglavlja ukazuju na značaj predstavljanja položaja robota pomoću unutrašnjih (generalisanih) i spoljašnjih (funkcionalnih) koordinata, pojmove kinematičkih singulariteta, redundanse kod robota, osnovne koordinatne sisteme koji se definišu da olakšaju programiranje i upravljanje robotima, kao i na pojmove ponovljivosti, tačnosti i rezolucije u svetlu robotskih sistema. Poglavlje daje i uvid u osnovne konfiguracije industrijskih robota, njihove tipične karakteristike i primene.

Zadatak 1

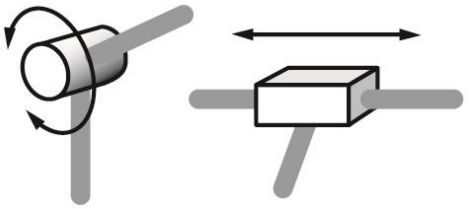
Objasniti pojam stepena slobode između dva kruta tela – kinematičkog para. Koliko stepeni slobode najčešće imaju zglobovi robota i zašto?

Rešenje:

Kinematički par – podrazumeva dva međusobno povezana pokretna tela.

Broj stepeni slobode – broj mogućih nezavisnih kretanja dva tela (broj parametara da se jednoznačno definiše međusobni položaj dva tela).

Zglobovi robota najčešće imaju samo jedan stepen slobode u skladu sa danas najčešće korišćenim aktuatorima robota, koji realizuju kretanje samo po jednoj osi – obrtno/rotaciono (električni motori) ili translatorno kretanje (hidraulički i pneumatski aktuatori).



Slika 1 – Primer rotacionog (levo) i translatornog (desno) zgloba.

Zadatak 2

Objasniti pojam unutrašnjih (generalisanih) koordinata/stepeni slobode i spoljašnjih (funkcionalnih) koordinata/stepeni slobode robota. Objasniti pojam direktne i inverzne kinematike robota. Koliko zglobova najčešće imaju industrijski roboti i zašto?

Rešenje:

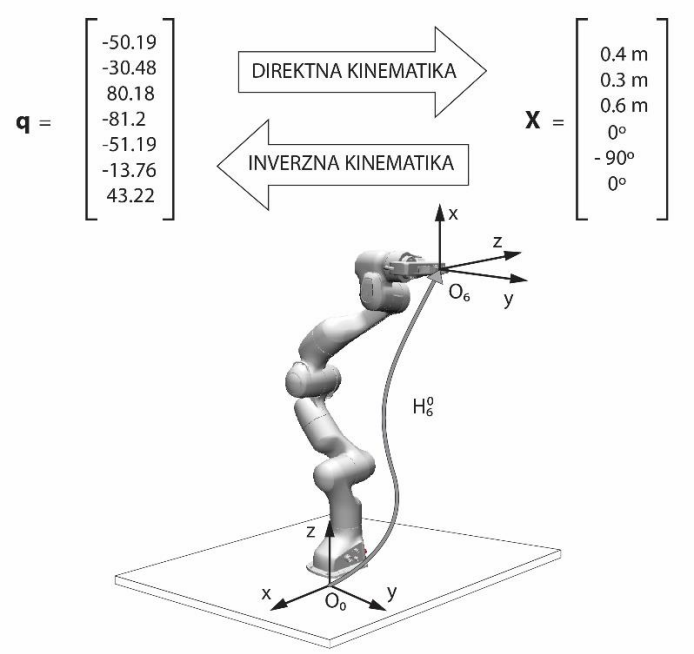
Unutrašnje (generalisane) koordinate $\boldsymbol{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ određuju međusobni položaj susednih segmenata robota, odnosno pozicije zglobova, i govore o unutrašnjoj konfiguraciji robota. Spoljašnje (funkcionalne) koordinate predstavljaju poziciju završnog uređaja robota u odnosu na spoljašnji nepokretni koordinatni sistem. U opštem slučaju položaj završnog uređaja se definiše sa šest parametara, odnosno koordinata od kojih prve tri opisuju poziciju, a druge tri orijentaciju

$$\boldsymbol{X} = (x, y, z, \theta, \varphi, \psi).$$

Ukoliko je poznato kretanje unutrašnjih koordinata $\boldsymbol{q}(t)$, izračunavanje kretanja završnog uređaja u spoljašnjim koordinatama $\boldsymbol{X}(t)$ naziva se rešavanjem problema direktne kinematike.

Ukoliko je poznato kretanje završnog uređaja u spoljašnjim koordinatama $\boldsymbol{X}(t)$, izračunavanje odgovarajućeg kretanja unutrašnjih koordinata $\boldsymbol{q}(t)$ naziva se rešavanjem problema inverzne kinematike. Problem inverzne kinematike je komplikovaniji za rešavanje od problema direktne kinematike jer zahteva rešavanje nelinearnih trigonometrijskih jednačina i često nije jednoznačno rešiv.

Industrijski roboti najčešće imaju šest stepeni slobode (zglobova). Razlog za to je što se pozicija tela u prostoru opisuje sa šest parametara (spoljašnje koordinate). Na ovaj način moguće je podesiti poziciju i orijentaciju završnog uređaja na proizvoljan način.



Slika 2 – Primer preslikavanja između unutrašnjih (generalisanih) i spoljašnjih (funkcionalnih) koordinata.

Zadatak 3

Objasniti pojam kinematičkog singulariteta robota. Objasniti na koje načine se mogu izbeći kinematički singulariteti.

Rešenje:

Singularne pozicije (kinematički singulariteti) robota su oni položaji u kojima robot gubi mogućnost kontrole jednog od funkcionalnih stepeni slobode. Najveća verovatnoća dostizanja signulariteta se ostvaruje u položajima kada se završni uređaj nalazi na obodima radnog prostora robota.

Kinematički singulariteti se mogu izbeći pažljivim planiranjem kretanja (trajektorija zglobova) i upotrebom redundantnih kinematičkih konfiguracija.

Zadatak 4

Objasniti pojam kinematičke redundanse robota. Objasniti potrebu za upotrebom redundantnih robota.

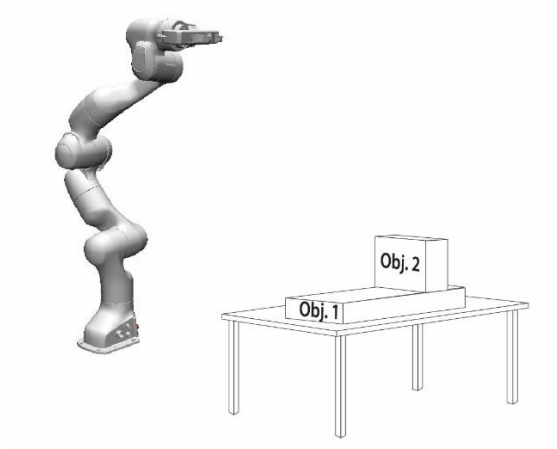
Rešenje:

Za robota kažemo da je kinematički redundantan u odnosu na neki zadatak ukoliko robot ima više upravljivih stepeni slobode (unutrašnjih koordinata) nego što mu je potrebno za izvršavanje tog zadatka. Drugim rečima, ako je broj unutrašnjih koordinata n, veći od broja m spoljašnjih koordinata završnog uređaja potrebnih za izvršavanje nekog zadatka, gde je $m \leq 6$, kažemo da je robot redundantan sa stepenom redundanse $n - m$. Isti robot može da bude redundantan za jedan zadatak, a neredundantan za neki drugi zadatak.

Redundantni roboti se koriste za izvršavanje zadataka da bi se postigla veća brzina pokreta, da bi se izbegle pozicije mogućih singulariteta, radi lakše manipulacije – izbegavanja prepreka u radnom prostoru, ali i ostvarivanja potreba za rešavanjem optimalnih kriterijuma u rešavanju inverzne kinematike (minimizacije vremena izvršavanja, brzine kretanja pojedinih zglobova, utroška energije, itd).

Zadatak 5

Na Slici 3 je prikazan industrijski robot i objekat koji se nalazi na radnom stolu, a koji je predmet manipulacije od strane robota. Ucrtati tipične koordinatne sisteme koji se koriste za definisanje kretanja robota i relativno kretanje robota u odnosu na spoljašnju sredinu.



Slika 3 – Radno okruženja robota.

Rešenje:

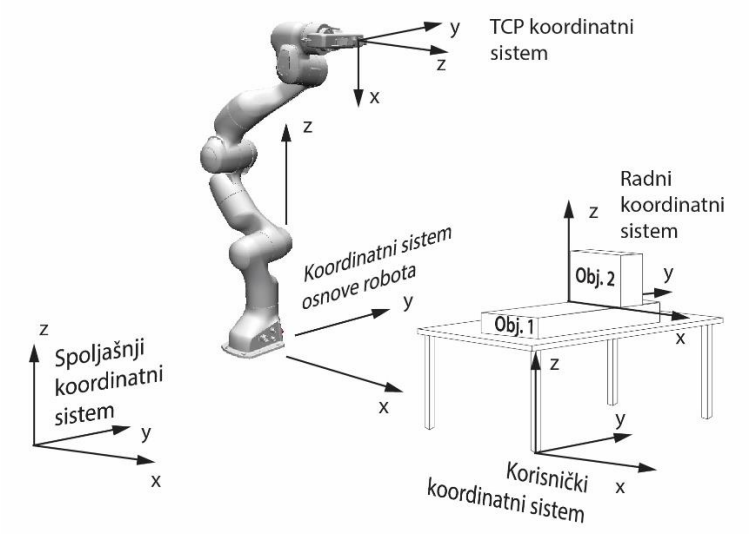
Spoljašnji koordinatni sistem (engl. *world coordinates*) – nepokretni koordinatni sistem koji uglavnom predstavlja poziciju robotske ćelije. Ovaj koordinatni sistem je na vrhu hijerarhije i ostali koordinatni sistemi se definišu u odnosu na ovaj koordinatni sistem.

Koordinatni sistem osnove robota (engl. *base coordinates*) – koordinatni sistem koji predstavlja poziciju baze robota i jedinstven je za svakog robota u robotskoj ćeliji. Koordinatni sistem osnove robota je nepokretan i ne menja se tokom upotrebe robota prilikom izvršavanju zadataka.

Koordinatni sistem završnog uređaja robota – TCP (engl. *Tool Center Point*) – koordinatni sistem koji definiše centar završnog uređaja. Moguće je definisati više TCP koordinatnih sistema za istog robota. Svaki robot poseduje bar jedan TCP koji definiše poziciju i orijentaciju prirubnice robota. Položaj koordinatnog sistema završnog uređaja se definiše u odnosu na ovaj koordinatni sistem.

Korisnički koordinatni sistem (engl. *user coordinate system*) – koordinatni sistem koji se može definisati po potrebi korisnika na nekoj strateškoj lokaciji unutar robotske ćelije kako bi se pozicije u prostoru zadavale u odnosu na tu karakterističnu poziciju i time olakšalo programiranje robota.

Radni koordinatni sistem (engl. *object coordinate system*) – koordinatni sistem koji uglavnom predstavlja objekat kojim se manipuliše ili definiše poziciju radnog stola/palete/mašine odakle robot preuzima objekte kojima manipuliše.



Slika 4 – Radno okruženje robota sa ucrtanim koordinatnim sistemima.

Zadatak 6

Objasniti pojmove ponovljivosti, tačnosti i rezolucije industrijskih robota.

Rešenje:

Ponovljivost (engl. *Reapetability*) – sposobnost robota da se vrati u ranije zapamćenu tačku radnog prostora predstavljenu izmerenim odnosno snimljenim unutrašnjim koordinatama koje odgovaraju toj tački u prostoru. Mera ponovljivosti je odstupanje završnog uređaja od ranije postignute i zapamćene pozicije (maksimalna sfera koja obuhvata sva odstupanja od ranije tačke).

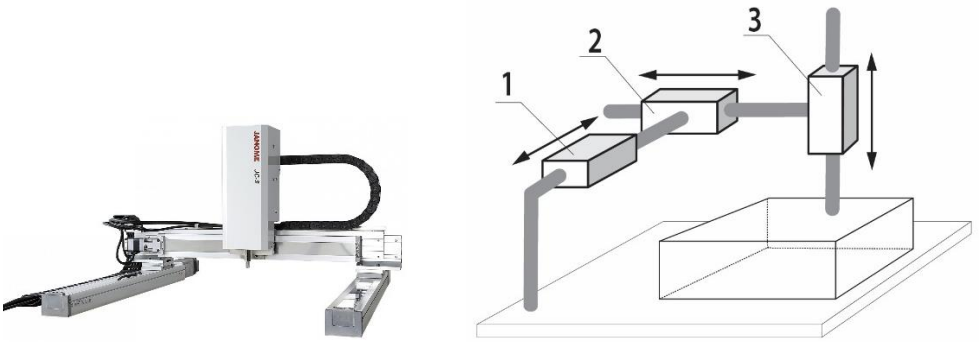
Tačnost (engl. *Accuracy*) – odstupanje od komandovanog položaja u spoljašnjim koordinatama (položaja u kome prethodno nisu snimljene unutrašnje koordinate robota). Za razliku od ponovljivosti, tačnost se može popraviti kalibracijom.

Rezolucija (engl. *Resolution*) – najmanje pomeranje robota koje se može zadati.

Zadatak 7

Nacrtati funkcionalnu šemu robota Dekartove konfiguracije. Skicirati radni prostor ove minimalne konfiguracije. Navesti osnovne prednosti, nedostatke i tipične primere primene ove konfiguracije robota.

Rešenje:



Slika 5 – Robot Dekartove konfiguracije (levo) i njegova minimalna funkcionalna šema (desno) (preuzeto sa: http://www.pae.com.my/JC-3-Series).

Robot Dekartove konfiguracije (koriste se još nazivi kartezijanski – engl. *Cartesian*, i portabilni – *Gantry*) realizovan je pomoću tri translatorna zgloba, pri čemu su ose translacije međusobno normalne. U pogledu geometrije ova konfiguracija ima najjednostavniju spregu između unutrašnjih i spoljašnjih koordinata. Svaka unutrašnja koordinata jednoznačno određuje jednu od tri spoljašnje koordinate koje definišu poziciju završnog uređaja, pa je i rešavanje inverznog kinematičkog

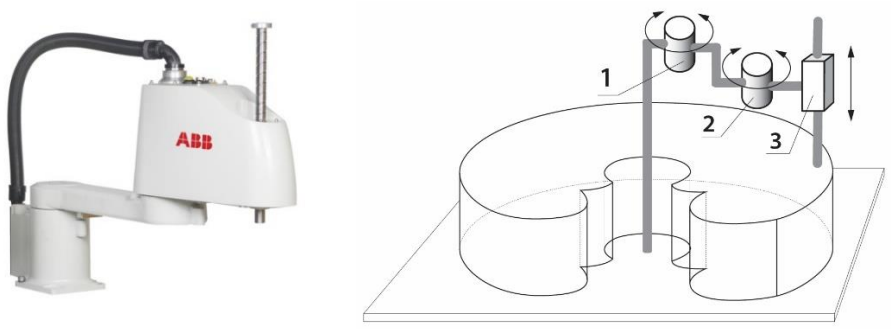
problema jednostavno, a kretanje zglobova intuitivno. Ovakva struktura pruža veoma dobru mehaničku krutost i može da opslužuje veliki radni prostor. Osnovni nedostatak ovog manipulatora je otežan pristup objektu koji je predmet manipulacije, odnosno nedostatak fleksibilnosti u smislu prenamene robota (promene zadatak ili lokacije u prostoru).

Najčešća upotreba ove konfiguracije je za manipulaciju teških predmeta i predmeta velikih dimenzija, zbog čega se često koristi u magacinima i skladištima. Zbog velike krutosti i velikog radnog prostora, koriste se i kao merne mašine.

Zadatak 8

Nacrtati minimalnu konfiguraciju SCARA robota. Skicirati radni prostor ove minimalne konfiguracije. Navesti osnovne prednosti, nedostatke i tipične primere primene ove konfiguracije robota.

Rešenje:



Slika 6 – SCARA robot (levo) i njegova minimalna funkcionalna šema (desno) (preuzeto sa: https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-910sc).

Robot SCARA konfiguracije sastoji se od dva rotaciona zgloba i jednog translatornog, kod koje su sve ose rotacije i translacije paralelne. Skraćenica SCARA potiče od engl. *Selective Compliance Assembly Robot Arm*. Ovakva konfiguracija poseduje veliku krutost pri vertikalnom opterećenju dok može biti popustljiva pri horizontalnim opterećenjima, što je čini pogodnom za zadatke vertikalnog sklapanja i pakovanja. Prva dva rotaciona zgloba pozicioniraju završni uređaj u *xy*–ravni dok je istovremeno translatorni zglob zadužen za pozicioniranje završnog uređaja po *z*-osi, pa se odlikuju i velikom brzinom rada. Nedostatak SCARA konfiguracije je ograničena nosivost i ograničeno kretanje (radni prostor) duž z–ose. SCARA robote odlikuje i nedostatak fleksibilnosti u smislu prenamene robota za druge zadatke. Najčešća upotreba ove konfiguracije je u već navedenim zadacima montaže, kao i lake i brze manipulacije objektima bez promene nagiba u horizontalnoj ravni kao što je to često potreba u elektronskoj industriji.

2 Direktna kinematika – homogene transformacije

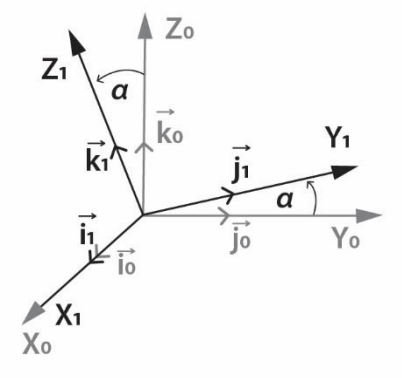
Izvršavanje zadatka pomoću robota podrazumeva relativno kretanje i pozicioniranje robota, odnosno alata robota u odnosu na objekte koji su predmet akcije robota. U ovom poglavlju, čitalac će se upoznati sa osnovnim matematičkim aparatom pomoću koga se mogu opisati ovi relativni položaji, kao i položaj tela u trodimenzionom prostoru uopšte. Specifično, kroz pojam homogenih transformacija čitaocu se pruža mogućnost da sagleda doprinos pomeranja pojedinih zglobova robota na poziciju i orijentaciju završnog uređaja robota u prostoru.

Zadatak 13

Dva koordinatna sistema imaju isti koordinatni početak. Tipično kretanje zgloba robota dovodi do rotacije ostatka kinematičkog lanca robota nakon tog zgloba i promene orijentacije koordinatnog sistema segmenta koji je zarotiran za ugao za koji se zglob pomerio. Izvesti matricu elementarne rotacije kojom se tačke iz zarotiranog koordinatnog sistema preslikavaju u inicijalni koordinatni sistem, pretpostaviti da je rotacija izvršena oko *x*–ose za ugao α. Napisati i matricu elementarne rotacije oko *y*–ose za ugao β, kao i matricu elementarne rotacije oko *z*–ose za ugao γ.

Rešenje:

a) Rotacija oko *x*-ose:



Slika 9 – Elementarna rotacija za ugao α oko x–ose.

Proizvoljna tačka P u prostoru se može predstaviti vektorom $\vec{p}$ u koordinatnom sistemu $O_0 - x_0 y_0 z_0$, pri čemu se taj vektor može izraziti kao:

$$\vec{p_0} = p_{0x}\vec{i_0} + p_{0y}\vec{j_0} + p_{0z}\vec{k_0}.$$

Isti vektor $\vec{p}$ se može izraziti u koordinatnom sistemu $O_1 - x_1 y_1 z_1$:

$$\vec{p_1} = p_{1x}\vec{i_1} + p_{1y}\vec{j_1} + p_{1z}\vec{k_1}.$$

Bilo da je vektor $\vec{p}$ izražen u $O_0 - x_0 y_0 z_0$ ili $O_1 - x_1 y_1 z_1$ koordinatnom sistemu reč je o istom vektoru. Na osnovu toga se može pisati:

$$p_{0x} = \vec{p_0}\vec{i_0} = \vec{p_1}\vec{i_0},$$

$$p_{0x} = p_{1x}\vec{i_1}\vec{i_0} + p_{1y}\vec{j_1}\vec{i_0} + p_{1z}\vec{k_1}\vec{i_0},$$

dok se na sličan način može pokazati da važi:

$$p_{0y} = p_{1x}\vec{i_1}\vec{j_0} + p_{1y}\vec{j_1}\vec{j_0} + p_{1z}\vec{k_1}\vec{j_0},$$

$$p_{0z} = p_{1x}\vec{i_1}\vec{k_0} + p_{1y}\vec{j_1}\vec{k_0} + p_{1z}\vec{k_1}\vec{k_0}.$$

Ovi izrazi se mogu napisati i u matričnom obliku:

$$\vec{p_0} = \boldsymbol{R}_0^1\,\vec{p_1},$$

gde se matrica R naziva matricom rotacije, a R_0^1 definiše relativno ugaono odstupanje koordinatnih sistema $O_0 - x_0y_0z_0$ i $O_1 - x_1y_1z_1$.

Generalni oblik matrice rotacije se može napisati u formi:

$$\boldsymbol{R}_0^1 = \begin{bmatrix} \vec{i_1}\vec{i_0} & \vec{j_1}\vec{i_0} & \vec{k_1}\vec{i_0} \\ \vec{i_1}\vec{j_0} & \vec{j_1}\vec{j_0} & \vec{k_1}\vec{j_0} \\ \vec{i_1}\vec{k_0} & \vec{j_1}\vec{k_0} & \vec{k_1}\vec{k_0} \end{bmatrix}.$$

Ukoliko se posmatra rotacija oko jedne ose, matrica rotacije se naziva elementarna matrica rotacije.

Na Slici 9 je prikazana rotacija koordinatnog sistema $O_0 - x_0y_0z_0$ oko *x*–ose za ugao α.

Ako se pogleda generalni oblik matrice rotacije, može se zaključiti da će za ovaj slučaj neki od članova matrice biti jednaki nuli, i to tačno oni gde jedinični ortovi zaklapaju ugao od 90°. Ostali članovi će imati vrednosti skalarnog proizvoda dva posmatrana orta.

$$\boldsymbol{R}_0^1 = \begin{bmatrix} |\vec{i_1}||\vec{i_0}|cos(0) & 0 & 0 \\ 0 & |\vec{j_1}||\vec{j_0}|cos(\alpha) & |\vec{k_1}||\vec{j_0}|cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \\ 0 & |\vec{j_1}||\vec{k_0}|cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) & |\vec{k_1}||\vec{k_0}|cos(-\alpha) \end{bmatrix},$$

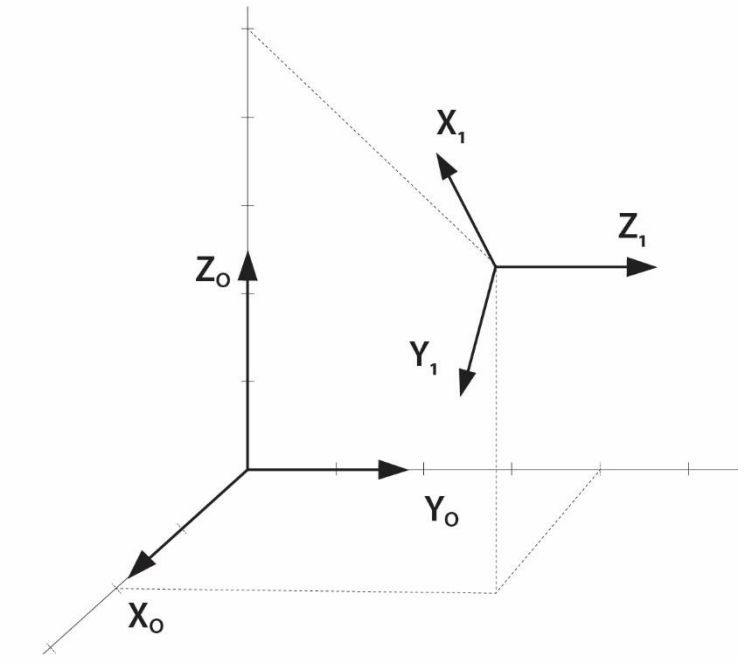
$$\boldsymbol{R}_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_{x,\alpha}.$$

Na sličan način, kao i u prethodnom primeru, može se izračunati matrica elementarne transformacije za rotaciju oko *y*–ose za ugao β, odnosno matrica elementarne rotacije oko *z*–ose za ugao γ.

b) Rotacija oko *y*–ose:

Izgled kompletne matrice H je:

$$\boldsymbol{H} = \begin{matrix} x_1 & y_1 & z_1 & \\ \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0.707 & -0.707 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \end{matrix}.$$



Slika 21 – Relativni odnos dva koordinatna sistema.

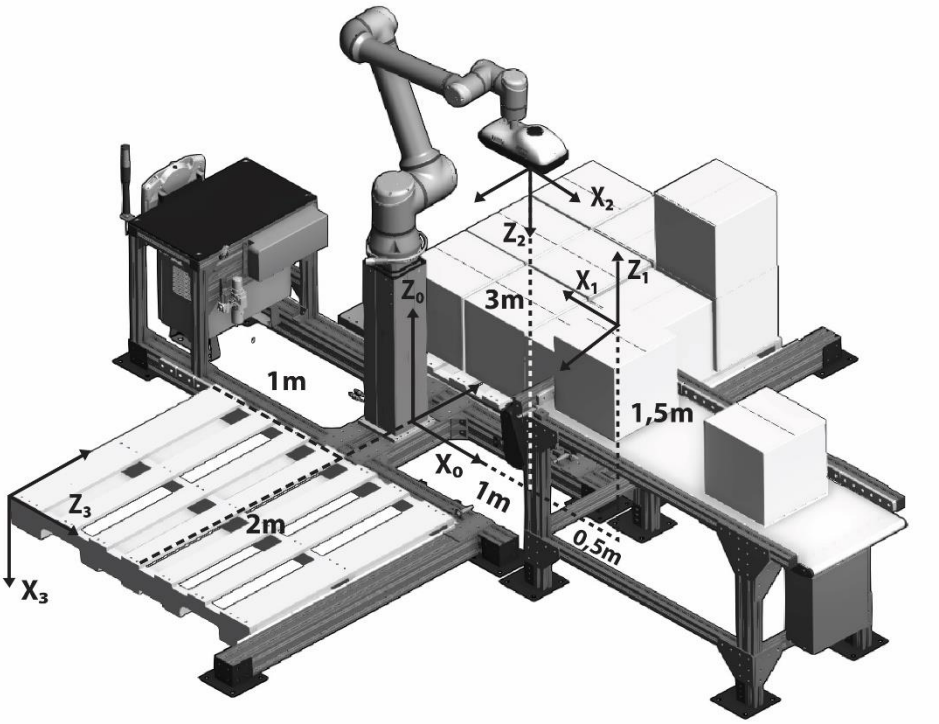
Napomena: *Na ovako postavljenu matricu homogene transformacije moguće je naći više rešenja koja zadovoljavaju uslove zadatka.*

Zadatak 26

Na slici 22 je prikazana robotska ćelija za paletiranje. Odrediti matrice homogenih transformacija između:

a) koordinatnog sistema kutije u odnosu na koordinatni sistem palete $\boldsymbol{H}_3^1$,
b) koordinatnog sistema kutije u odnosu na koordinatni sistem kamere $\boldsymbol{H}_2^1$,
c) koordinatnog sistema robota u odnosu na koordinatni sistem kutije $\boldsymbol{H}_1^0$.

Pokazati da važi $\boldsymbol{H}_2^0 = \boldsymbol{H}_2^1 \boldsymbol{H}_1^0$.



Slika 22 – Robotska ćelija za paletiranje.

Rešenje:

a) Matrica homogene transformacije koordinatnog sistema kutije u odnosu na koordinatni sistem palete je data sa $\boldsymbol{H}_3^1$.

Skup transformacija koji je potrebno primeniti se može odrediti na osnovu Slike 22:

$$\boldsymbol{H}_3^1 = Tran_{y,2}Tran_{z,2.5}Tran_{x,1.5}Rot_{y,-90°}Rot_{z,180°},$$

$$\boldsymbol{H}_3^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1.5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

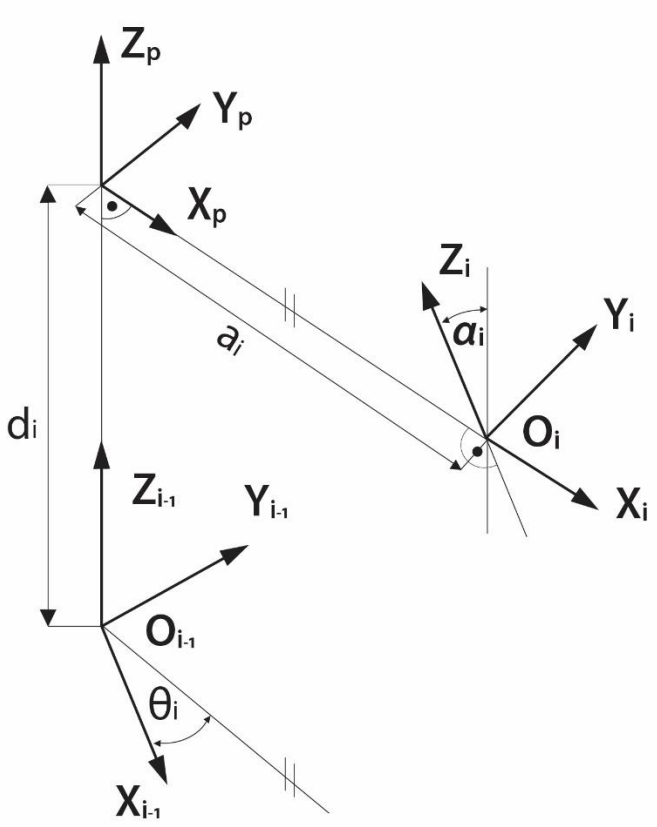
$$\boldsymbol{H}_3^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1.5 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3 Direktna kinematika – DH notacija i kinematika industrijskih robota

Iako se geometrija robota može opisati na različite načine, za ovu namenu se uobičajeno koristi konvencija koju su uveli Denavit i Hartenberg (DH notacija). Kroz rešavanje zadataka u ovom poglavlju, čitalac će se upoznati sa ovim pristupom definisanja geometrije tipičnih robotskih konfiguracija koje se koriste u industriji, ali i razumeti zašto je ova konvencija pogodna za opisivanje kinematike robota.

Zadatak 27

Ako su data dva proizvoljna desna Dekartova koordinatna sistema sa koordinatnim počecima O_{i-1} i O_i, kao na Slici 23, takva da *x*–osa koordinatnog sistema sa koordinatnim početkom O_i, seče i normalna je na *z*–osu koordinatnog sistema sa koordinatnim početkom O_{i-1}. Napisati matricu homogene transformacije između ova dva koordinatna sistema sa Slike 23.



Slika 23 – Relativni položaj dva koordinatna sistema kod kojih je osa x_i normalna i seče osu z_{i-1}.

Rešenje:

Da bi se koordinatni sistem sa koordinatnim početkom O_{i-1} poklopio sa koordinatnim sistemom sa koordinatnim početkom O_i, potrebno je izvesti niz transformacija. Radi lakšeg nalaženja pravog skupa transformacija, postavljen je pomoćni koordinatni sistem na mestu gde *x*–osa koordinatnog sistema $O_{i-x_iy_iz_i}$ seče *z*–osu koordinatnog sistema $O_{i-1-x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}}$.

Na početku je potrebno da se odredi transformacija od koordinatnog sistema $O_{i-1-\,x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}}$ do pomoćnog koordinatnog sistema. Ovo se postiže najpre rotacijom za ugao θ_i oko z_{i-1}–ose, a zatim translacijom za d_i duž z_{i-1}–ose.

$$\boldsymbol{H}_1 = Rot_{z_{i-1},\theta_i} Tran_{z_{i-1},d_i} = \begin{bmatrix} cos(\theta_i) & -sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ sin(\theta_i) & cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}_1 = \begin{bmatrix} cos(\theta_i) & -sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ sin(\theta_i) & cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Nakon toga, potrebno je odrediti matricu homogene transformacije od pomoćnog koordinatnog sistema do koordinatnog sistema $O_{i\,-\,x_i y_i z_i}$. Ovo se postiže najpre translacijom za a_i duž *x*–ose pomoćnog koordinatnog sistema, a zatim rotacijom za ugao α_i oko tekuće *x*–ose pomoćnog koordinatnog sistema.

$$\boldsymbol{H}_2 = Tran_{x_p,a_i} Rot_{x_p,\alpha_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha_i) & -sin\,(\alpha_i) & 0 \\ 0 & sin\,(\alpha_i) & cos\,(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

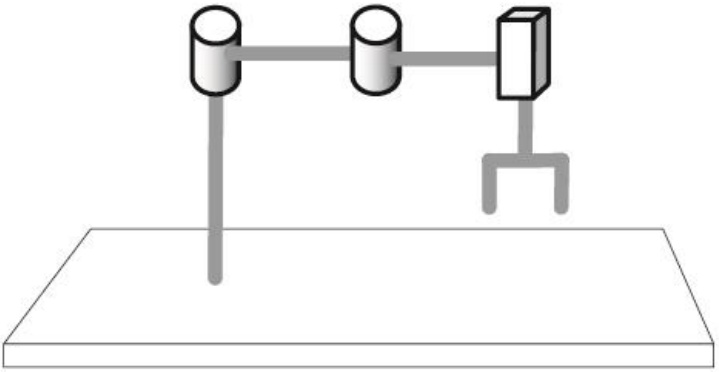
$$\boldsymbol{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & sin(\alpha_i) & cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Celokupna matrica homogene transformacije se dobija spajanjem prethodne dve transformacije:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_1 \boldsymbol{H}_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta_i) & -sin(\theta_i)cos(\alpha_i) & sin(\theta_i)sin(\alpha_i) & a_i cos(\theta_i) \\ sin(\theta_i) & cos(\theta_i)cos(\alpha_i) & -cos(\alpha_i)sin(\alpha_i) & a_i sin(\theta_i) \\ 0 & sin(\alpha_i) & cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 28

Označiti ose koordinatnih sistema za opisivanje kinematike robota sa Slike 24 u skladu sa DH notacijom. Ukoliko je kod izbora pojedinih koordinatnih sistema moguće izabrati više rešenja, obrazložiti izbor.



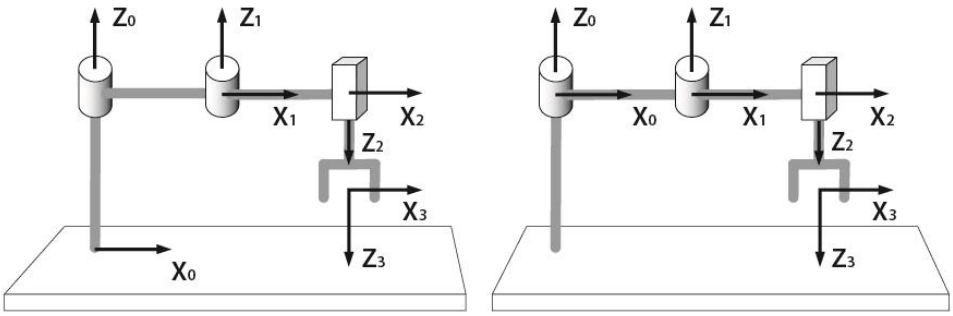
Slika 24 – Minimalna konfiguracija SCARA robota

Rešenje:

Procedura za pravilno pozicioniranje koordinatnih sistema prema DH notaciji sastoji se iz nekoliko koraka. Pre svega, potrebno je identifikovati ose svih zglobova, kao i njihov tip (rotacioni ili translatorni). Kada su ose rotacije, odnosno translacije locirane, ose $z_0, z_1, \dots, z_{n-1}$ treba postaviti tako da se poklapaju sa njima. Bazni koordinatni sistem postaviti bilo gde na osi prvog zgloba z_0. Nakon postavljanja osa svih zglobova robota – z_0 do z_{n-1}, postavljaju se *x*–ose. Osa x_i se postavlja duž zajedničke normale osa z_i i z_{i-1}. Ukoliko se ose z_i i z_{i-1} seku, osa x_i se postavlja u pravcu normale na ravan određenu osama z_i i z_{i-1}. Ukoliko su ose z_i i z_{i-1} paralelne, osa x_i se može postaviti na bilo koju od beskonačno mnogo zajedničkih normala osa z_i i z_{i-1}. U ovom slučaju, najčešće se bira osa x_i tako da prolazi kroz centar $i+1$–og zgloba. Na taj način su određene *z*–ose i *x*–ose, a samim tim i koordinatni početi O_i u preseku osa z_i i x_i. Osu y_i potrebno je postaviti u koordinatnom početku O_i tako da ose x_i, y_i i z_i formiraju desni Dekartov koordinatni sistem. Na kraju, koordinatni sistem završnog uređaja se po pravilu postavlja tako da osa z_n bude paralelna sa osom z_{n-1}, a osa x_n normalna na osu z_{n-1}.

Ukoliko se ova pravila primene na konfiguraciju prikazanoj na slici, moguće je na dva načina postaviti koordinatne sisteme. U prvom slučaju je bazni koordinatni

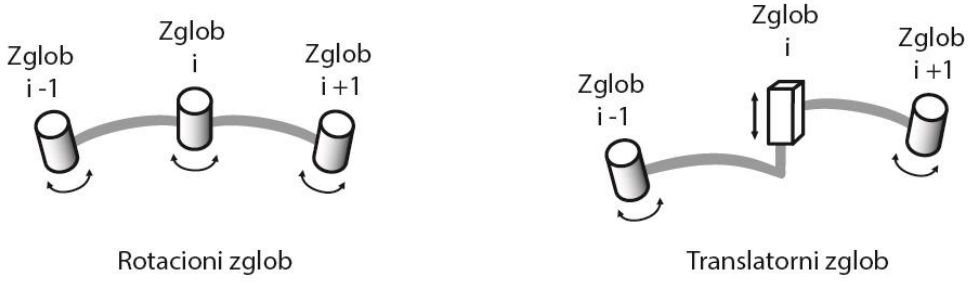
sistem postavljen u bazi robota, dok se u drugom slučaju bazni koordinatni sistem nalazi u centru prvog zgloba. Mogućnost za različito rešenje potiče od toga što je bazni koordinatni sistem moguće postaviti bilo gde na z_0 osi.



Slika 25 – SCARA minimalna konfiguracija sa ucrtanim koordinatnim sistemima prema DH notaciji.

Zadatak 29

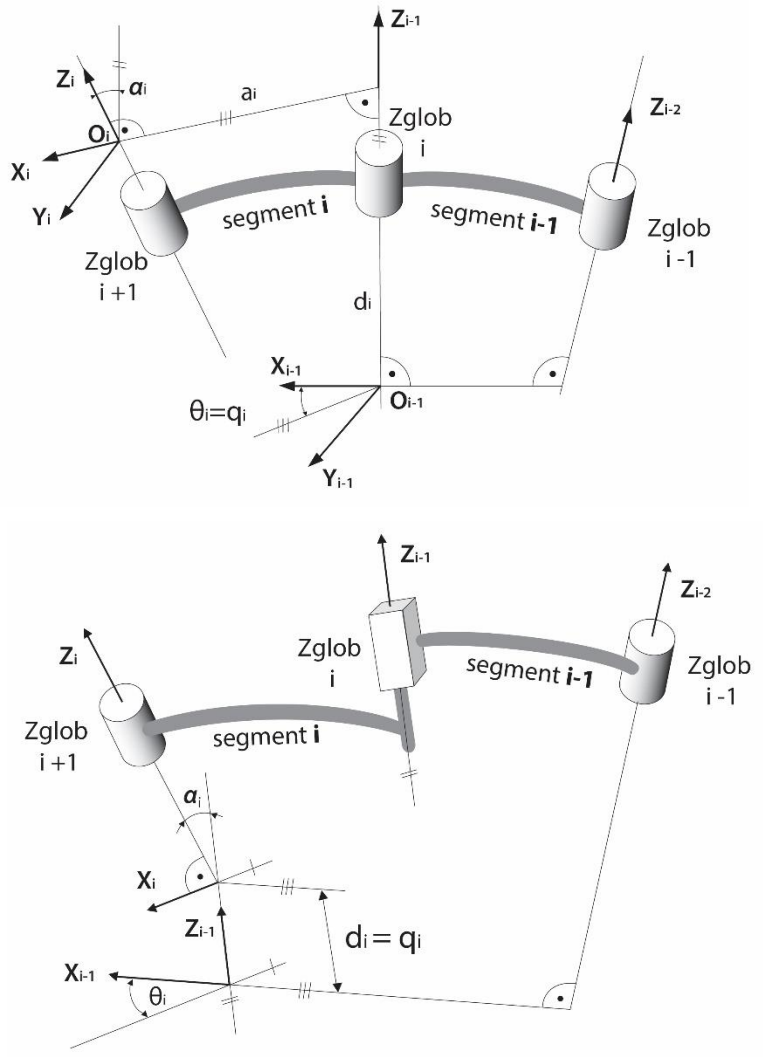
Objasniti značenje DH parametara između dva koordinatna sistema koji se nalaze na susednim segmentima robotskog mehanizma sa Slike 26.



Slika 26 – Primer dva segmenta robota povezanih rotacionim (levo) i translatornim (desno) zglobom.

Rešenje:

Da bi se međusobni položaj dva koordinatna sistema, koji pripadaju susednim segmentima robotskog manipulatora, mogao opisati pomoću transformacije iz Zadatka 20, potrebno je obezbediti da dati koordinatni sistemi zadovoljavaju dva uslova: $x_i \perp z_{i-1}$ i x_i seče z_{i-1}.

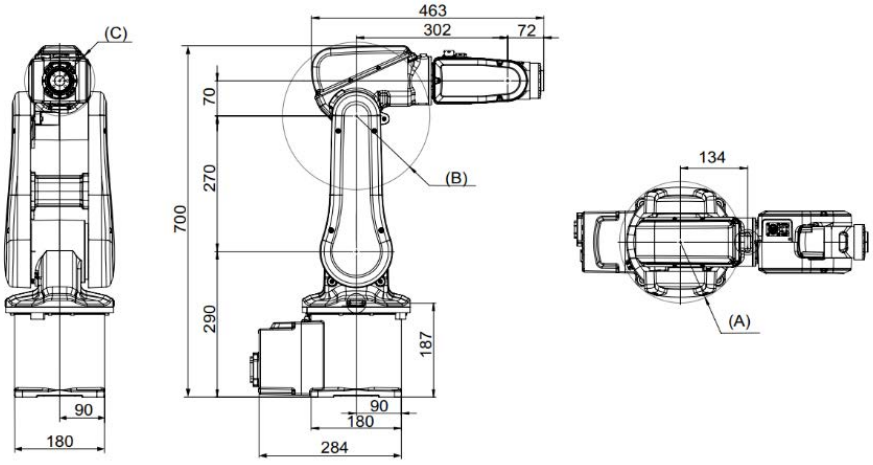


Slika 27 – Primer rotacionog (gore) i translatornog (dole) zgloba sa ucrtanim koordinatnim sistemima i obeleženim DH parametrima.

Potrebno je razmatrati dva slučaja, ukoliko je *i*-ti zglob rotacioni ili translatorni.

a) Rotacioni zglob (slika gore).

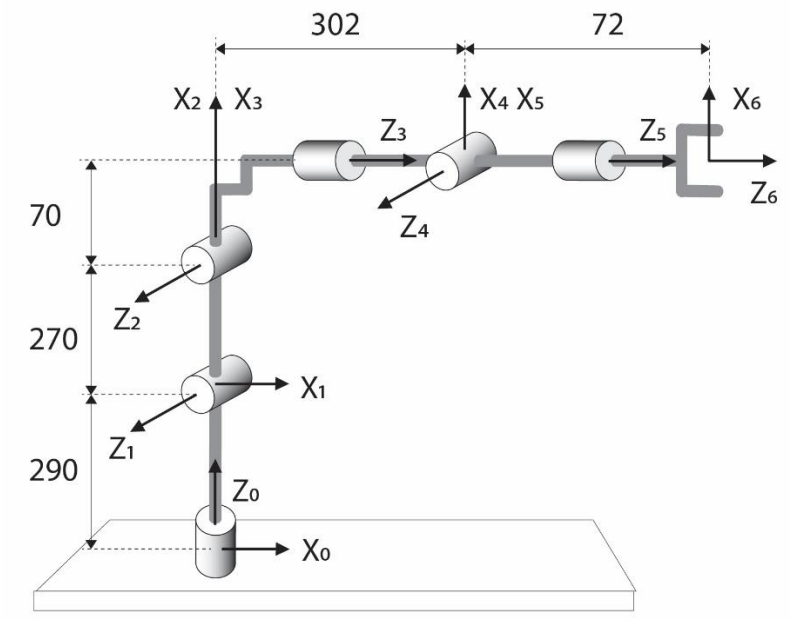
Ose rotacije zglobova $i+1$, i i $i-1$ su označene sa z_i, z_{i-1} i z_{i-2}, a pri tome se mimoilaze u prostoru. Duž zajedničke normale osa z_i i z_{i-1} se postavlja x_i–osa. Rastojanje između osa z_{i-1} i z_i duž zajedničke normale x_i je određeno sa a_i. Osu y_i biramo tako da sa osama x_i i z_i obrazuje desni koordinatni sistem. Tada koordinatni sistemi O_{i-1} i O_i predstavljaju dva koordinatna sistema čiji je međusobni položaj moguće predstaviti pomoću DH notacije. Kako se može



Slika 37 – Skica ABB IRB 120 robota sa ucrtanim dimenzijama (preuzeto sa: https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-120).

Rešenje:

Sa prikazane slike može se ustanoviti dužina segmenata robota, kao i način na koji su postavljeni zglobovi. Ovakva robotska konfiguracija se sastoji iz antropomorfne minimalne konfiguracije i sfernog zgloba.



Slika 38 – Funkcionalna šema ABB IRB 120 robota sa ucrtanim koordinatnim sistemima prema DH notaciji.

4 Inverzna kinematika

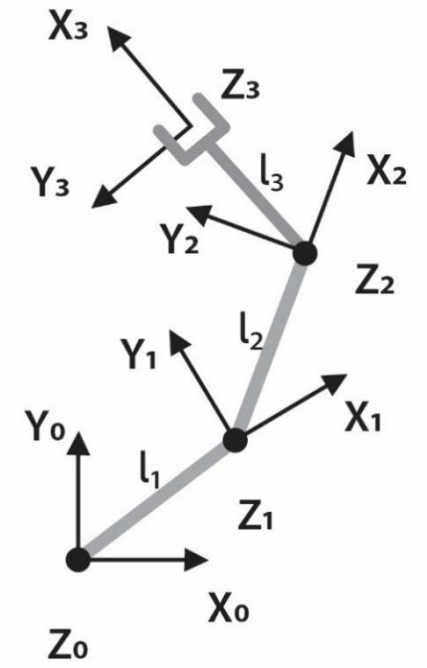
Planiranje izvršavanja nekog zadatka pomoću robota se svodi na planiranje kretanja, odnosno pozicioniranje njegovog završnog uređaja. Međutim, kako se kretanje robota vrši na nivou zglobova, potrebno je odrediti koje konfiguracije (položaji zglobova) odgovaraju svakoj od željenih pozicija i orijentacija završnog uređaja. Iako čovek ovaj kompleksan problem rešava nesvesno i lako, ovo je jedan od najtežih zadataka kod robota. Ovo poglavlje prikazuje primere različitih pristupa u rešavanju tog zadatka na tipičnim konfiguracijama industrijskih robota.

Zadatak 38

Odrediti jednačine inverzne kinematike za manipulator sa tri segmenta u istoj ravni, prikazan na Slici 41. Dužine segmenata su redom l_1, l_2 i l_3. Zadatak rešiti:

a) algebarskim pristupom,

b) geometrijskim pristupom.



Slika 41 – Trosegmentni ravanski manipulator.

Rešenje:

a) Algebarski pristup.

U prethodnom poglavlju je pokazano na koji način, polazeći od konfiguracije robota i korišćenjem DH parametara, je moguće odrediti jednačine direktne kinematike, kao polazne tačke i za inverzni problem.

Tablica DH parametara za ravanski manipulator sa tri segmenta:

	$\boldsymbol{\theta_i}$	$\boldsymbol{d_i}$	$\boldsymbol{a_i}$	$\boldsymbol{\alpha_i}$
1	q_1	0	l_1	0
2	q_2	0	l_2	0
3	q_3	0	l_3	0

Ukupna matrica homogene transformacije se onda može dobiti na sledeći način:

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_0^1 \boldsymbol{H}_1^2 \boldsymbol{H}_2^3,$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & 0 & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & 0 & h_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Gde su elementi matrice $\boldsymbol{H}$:

$$h_{11} = cos(q_1 + q_2 + q_3), \qquad h_{12} = -sin(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$h_{14} = l_1 cos(q_1) + l_2 cos(q_1 + q_1) + l_3 cos(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$h_{21} = sin(q_1 + q_2 + q_3), \qquad h_{22} = cos(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$h_{24} = l_1 sin(q_1) + l_2 sin(q_1 + q_1) + l_3 sin(q_1 + q_2 + q_3).$$

Potrebno je naći jednačine inverzne kinematike, odnosno za poznatu poziciju i orjentaciju završnog uređaja, neophodno je odrediti vrednosti unutrašnjih koordinata koje će rezultovati postizanjem zadate pozicije i orijentacije završnog uređaja.

Opšti oblik matrice homogenih transformacija za ravanski manipulator je:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} cos(\phi) & -sin(\phi) & 0 & x \\ sin(\phi) & cos(\phi) & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Upoređivanjem se može zaključiti da važi:

$$x = l_1 cos(q_1) + l_2 cos(q_1 + q_1) + l_3 cos(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$y = l_1 sin(q_1) + l_2 sin(q_1 + q_1) + l_3 sin(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$\phi = q_1 + q_2 + q_3.$$

Ukoliko se ϕ uvrsti u jednakosti za x i y dobija se:

$$x - l_3 cos(\phi) = l_1 cos(q_1) + l_2 cos(q_1 + q_2),$$

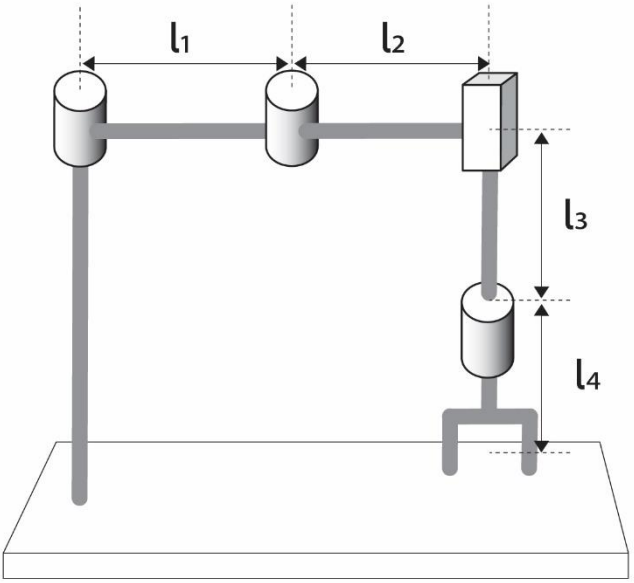
$$y - l_3 sin(\phi) = l_1 sin(q_1) + l_2 sin(q_1 + q_2).$$

5 Diferencijalna kinematika – Jakobijan

Osim preračunavanja statičkih pozicija završnog uređaja i odgovarajućeg pozicionaranja zglobova robota, za izvršavanje zadatka je najčešće potrebno razmotriti kretanje odnosno preslikavanje brzina kretanja njegovih zglobova(unutrašnjih/generalisanih koordinata) na brzinu spoljašnjih (funkcionalnih) koordinata robota. Ovo preslikvanje se vrši pomoću Jakobijan matrice. Rešavanjem zadataka u ovom poglavlju, čitalac će dobiti uvid u značaj Jakobijan matrice, čijom se analizom, osim direktnog preslikavanja brzina između unutrašnjih i spošaljšnjih koordinata, može analizirati i dostizanje, odnosno blizina singularnih položaja robota. Takođe, čitalac će rešavanjem zadataka steći uvid na koji način se mogu pronaći približna rešenja inverznog kinematičkog problema kada jednoznačno rešenje ne postoji, ali i kako se mogu definisati dodatni kriterijumi optimalnosti u slučaju velikog broja rešenja inverznog problema kinematike (kinematičke redundanse).

Zadatak 47

Analitičkom metodom izračunati Jakobijan matricu koja preslikava kretanje pojedinih zglobova u kretanje završnog uređaja za industrijskog robota SCARA konfiguracije prikazanog na Slici 56.



Slika 56 – Funkcionalna šema SCARA robota.

Rešenje:

Koristeći se rezultatom iz Zadatka 34, mogu se napisati sledeće relacije:

$$x = l_1 cos(q_1) + l_2 cos(q_1 + q_2),$$

$$y = l_1 sin(q_1) + l_2 sin(q_1 + q_2),$$

$$z = l_4 - l_3 - q_3,$$

$$\phi = q_1 + q_2 + q_4.$$

Veza između linearne i ugaone brzine hvataljke ($\dot{\boldsymbol{p}}$ i $\boldsymbol{\omega}$) i brzine zglobova robota $\dot{\boldsymbol{q}}$, može se napisati kao:

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{J}_L \dot{\boldsymbol{q}},$$

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{J}_U \dot{\boldsymbol{q}},$$

6 Dinamika

Da bi se ostvarilo željeno kretanje robota i/ili savladalo neko statičko opterećenje kome je robot izložen, potrebno je odrediti kolike momente, odnosno sile treba ostvariti u pogonima robota. Sa druge strane, potrebno je predvideti kretanje robota ukoliko se primene odgovarajući pogonski momenti odnosno sile. Odgovore na ova pitanja, koji se nalaze u modelima dinamike robota, čitalac može naći u zadacima ovog poglavlja. Osim ovde navedenog inverznog i direktnog problema dinamike, u zadacima se primenom Njutn-Ojlerovog i Lagranžovog pristupa procenjuju inercijalni efekti, brzinski efekti (centripetalni i Koriolisov) i efekti gravitacije kod robota koji su često i predmet izračunavanja kod naprednih upravljačkih algoritama robota.

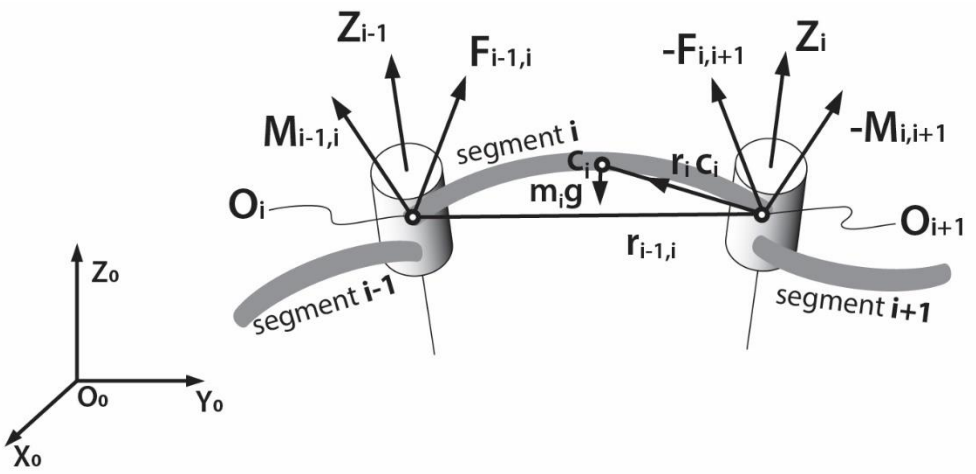
Zadatak 55

Odrediti statičko opterećenje pogona u zglobovima robota usled gravitacije za proizvoljan položaj minimalne konfiguracije:

a) SCARA robota,
b) Cilindričnog robota,
c) Antropomorfnog robota.

Rešenje:

Na početku je potrebno razmotriti koje sile i momenti deluju na segmente manipulatora koji je statičan i na kojeg ne deluju nikakvi spoljašnji uticaji. Jedino opterećenje koje će se pojaviti u zglobovima jeste ono od same težine manipulatora. U opštem slučaju, na *i*–ti segment robota deluju sile i momenti kao što je prikazano na Slici 62.



Slika 62 – Sile i momenti koji deluju na i-ti segment.

Kako je posmatrani sistem u ravnoteži, može se opisati sa dve vektorske jednačine: $\Sigma \boldsymbol{F}_i = 0$ i $\Sigma \boldsymbol{M}_i = 0$. Odnosno:

$$\Sigma \boldsymbol{F}_i = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_{i-1,i} - \boldsymbol{F}_{i,i+1} + m_i \boldsymbol{g} = 0,$$

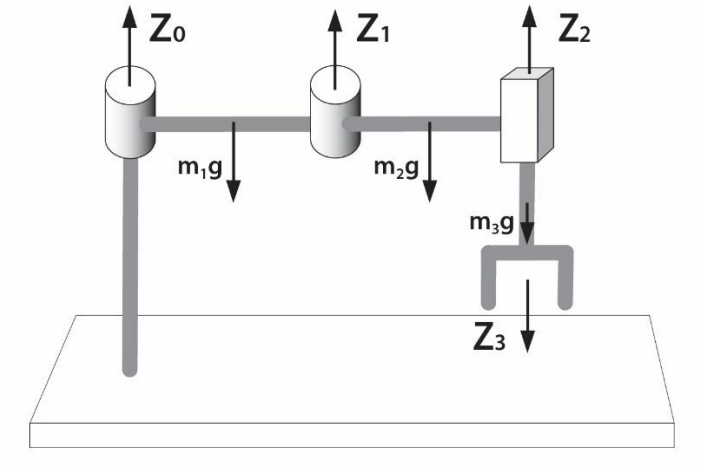
$$\Sigma \boldsymbol{M}_i = 0 \Rightarrow \boldsymbol{M}_{i-1,i} - \boldsymbol{M}_{i,i+1} - (\boldsymbol{r}_{i-1,i} + \boldsymbol{r}_{i,c_i}) \times \boldsymbol{F}_{i-1,i} + (-\boldsymbol{r}_{i,c_i}) \times (-\boldsymbol{F}_{i,i+1}) = 0.$$

Kako na manipulator ne deluju nikakve spoljašnje sile i momenti (ne postoji kontakt sa okolinom), može se smatrati da važi da je $\boldsymbol{M}_{n,n+1} = 0$ i $\boldsymbol{F}_{n,n+1} = 0$.

Moment koji će se usled gravitacionog dejstva javiti u zglobu moguće je zatim odrediti kao:

- $\tau_i = \boldsymbol{z}_{i-1}^T \cdot \boldsymbol{F}_{i-1,i}$ – za translatorni zglob.
- $\tau_i = \boldsymbol{z}_{i-1}^T \cdot \boldsymbol{M}_{i-1,i}$ – za rotacioni zglob.

a) SCARA robot



Slika 63. Funkcionalna šema SCARA robota sa dejstvom gravitacije.

Kako manipulator nije u kontaktu sa okolinom važi da je $\boldsymbol{M}_{3,4} = 0$ i $\boldsymbol{F}_{3,4} = 0$.

Sada je potrebno postaviti jednačine ravnoteže za sve zglobove minimalne konfiguracije i izračunati odgovarajuće sile i momente koji deluju na zglobove robota usled njegove težine.

1) Prvi segment:

$$\Sigma \boldsymbol{F}_1 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_{0,1} - \boldsymbol{F}_{1,2} + m_1 \boldsymbol{g} = 0$$

$$\Sigma \boldsymbol{M}_1 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{M}_{0,1} - \boldsymbol{M}_{1,2} - (\boldsymbol{r}_{0,1} + \boldsymbol{r}_{1,c_1}) \times \boldsymbol{F}_{0,1} + (-\boldsymbol{r}_{1,c_1}) \times (-\boldsymbol{F}_{1,2}) = 0$$

2) Drugi segment:

$$\Sigma \boldsymbol{F}_2 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_{1,2} - \boldsymbol{F}_{2,3} + m_2 \boldsymbol{g} = 0$$

$$\Sigma \boldsymbol{M}_2 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{M}_{1,2} - \boldsymbol{M}_{2,3} - \left(\boldsymbol{r}_{1,2} + \boldsymbol{r}_{2,c_2}\right) \times \boldsymbol{F}_{1,2} + \left(-\boldsymbol{r}_{2,c_2}\right) \times \left(-\boldsymbol{F}_{2,3}\right) = 0$$

3) Treći segment:

$$\Sigma \boldsymbol{F}_3 = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_{2,3} + m_3 \boldsymbol{g} = 0$$

7 Planiranje trajektorije

U ovom poglavlju se razmatraju problemi generisanja željenog kretanja robota uz poštovanje tipičnih ograničenja koje pogoni robota unose – maksimalne brzine i ubrzanja. Nakon rešavanja zadataka, čitaoci će biti sposobni da zadaju željeno kretanje robota kojim se ,uz poštovanje pomenutih ograničenja, pokret izvršava na optimalan način, a on se često sagledava kroz minimalno potrebno vreme za izvršavanje zadatka.

Zadatak 65

Odrediti minimalno potrebno vreme za pomeranje zgloba robota od njegove inicijalne pozicije $q_i = 0\,\text{rad}$ do krajnje pozicije $q_f = \pi\,\text{rad}$, ako je poznata maksimalna brzina zgloba $\dot{q}_{max} = 5\,\text{rad/s}$. Napisati jednačine koje opisuju kretanje zgloba robota u vremenu. Koristiti linearnu interpolaciju kretanja između početne i krajnje tačke.

Rešenje:

Ukoliko se zglob robota kreće iz stanja mirovanja i treba da se zaustavi u krajnjoj tački putanje važe, sledeće relacije:

$$\dot{q}_i = 0\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \qquad \dot{q}_f = 0\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Početak kretanja može se označiti sa $T_i = 0\,\text{s}$, a vreme trajanja kretanja sa T_f.

Najjednostavniji metod za generisanje trajektorije zgloba od početne tačke do krajnje jeste upravo linearna interpolacija između njih:

$$q(t) = q_i \frac{T_f - t}{T_f} + q_f \frac{t}{T_f}.$$

Diferenciranjem prethodnog izraza je moguće dobiti izraz za brzinu zgloba robota, koja je konsantna tokom čitave trajektorije kada trajektorija ima linearan oblik:

$$\dot{q}(t) = \frac{q_f - q_i}{T_f},$$

a nakon još jedne diferencijacije, moguće je odrediti izraz ubrzanja zgloba robota:

$$\ddot{q}(t) = 0.$$

Iz prethodnih izraza zaključuje se da će se zglob robota tokom svoje putanje kretati konstantnom brzinom, odnosno ubrzanje tokom kretanje treba da bude jednako nuli. Ovakav zaključak nije u skladu sa početnom pretpostavkom da se zglob kreće iz stanja mirovanja i da treba da se zaustavi u krajnjoj tački putanje. Ukoliko se oba zahteva ispune, zglob mora da postigne beskonačno veliko ubrzanje u trenutku $t = T_i = 0$ i u trenutku $t = T_f$. Takođe, u istim tim trenucima brzina zgloba treba da promeni svoju vrednost sa nule na $\dot{q}_{max}$, odnosno sa $\dot{q}_{max}$ na nula.

8 Pogonski i senzorski sistemi robota

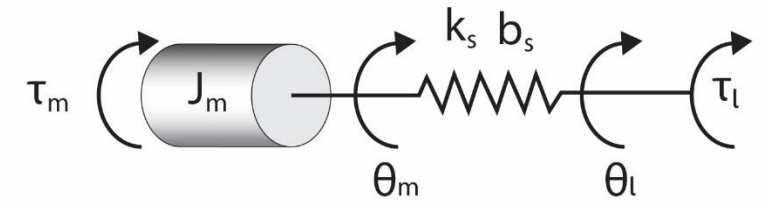
Tipični pogoni robota su električni motori koji koriste reduktore kako bi svoje karakteristike prilagodili potrebama kretanja zglobova robota. Tipični senzori pomoću kojih se kretanje robota meri, odnosno procenjuje jesu enkoderi, dok se za merenje intenziteta interakcije robota koriste senzori sile i momenta. U ovom poglavlju razmatraju se zadaci koji čitaocu daju uvid u to na koji način ovi pogonski i senzorski sistemi utiču na performanse i karakteristike robota, kao i kako se izborom ovih komponenti mogu postići željeni zahtevi u projektovanju robota.

Zadatak 75

Napisati jednačine pogona zgloba robota koji koristi jednosmerni motor kao pogon, dok se veza između motora i zgloba može modelovati kao elastični element konačne krutosti. Napisati model u prostoru stanja sistema i predstaviti ga blok dijagramom.

Rešenje:

Na Slici 86 prikazan je uprošćen prikaz opisane postavke:



Slika 86 – Pogonski motor i zglob robota spojeni elastičnim elementom.

gde je τ_m pogonski moment motora, J_m inercija motora, θ_m pozicija motora, k_s i b_s koeficijent krutosti i prigušenja torzione opruge, θ_l pozicija zgloba robota, a τ_l moment koji se prenosi sa pogonskog mehanizma na segment robota direktno povezanog za taj zglob.

Za ovakav sistem se mogu napisati dve osnovne jednačine koje opisuju dinamiku pogonskog motora i zgloba robota:

$$\tau_m = J_m \cdot \ddot{\theta}_m + B_m \cdot \dot{\theta}_m + \tau_l, \qquad \tau_l = J \cdot \ddot{\theta}_l + [d] \cdot \dot{\theta}_l,$$

pri čemu je sa B_m označen koeficijent viskoznog trenja u motoru, dok je sa J označen moment inercije zgloba, a $[d]$ predstavlja mehaničke gubitke usled viskoznog trenja u zglobu.

Moment koji se razvija na zglobu kao posledica natezanja elastičnog elementa se može opisati na sledeći način:

$$\tau_l = k_s \cdot (\theta_m - \theta_l) + b_s \cdot (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_l).$$

Promenljiva koja se kontroliše u ovom sistemu jeste pozicija zgloba robota, odnosno θ_l, dok je komandovana veličina pogonski moment jednosmernog motora τ_m.

Ovakav sistem moguće je opisati modelom u prostoru stanja gde je:

$$x_1 = \theta_m, \qquad x_2 = \dot{\theta}_m, \qquad x_3 = \theta_l, \qquad x_4 = \dot{\theta}_l,$$

$$\dot{x}_1 = x_2,$$

$$J_m \dot{x}_2 = \tau_m - B_m x_2 - \tau_l,$$

$$\dot{x}_3 = x_4,$$

$$J \dot{x}_4 = \tau_l - [d] x_4,$$

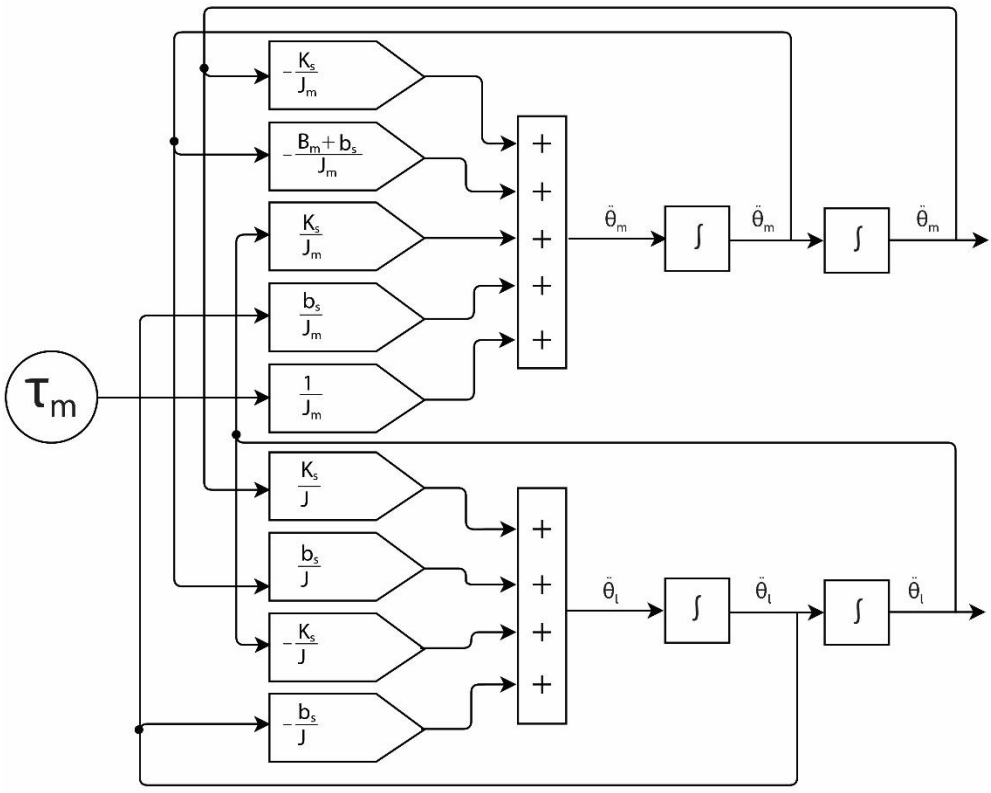
$$y = x_3.$$

Sređivanjem izraza za ubrzanje motora i zgloba dobija se:

$$\ddot{\theta}_m = -\frac{B_m + b_s}{J_m}\dot{\theta}_m - \frac{K_s}{J_m}\theta_m + \frac{K_s}{J_m}\theta_l + \frac{b_s}{J_m}\dot{\theta}_l + \frac{1}{J_m}\tau_m,$$

$$\ddot{\theta}_l = \frac{K_s}{J}\theta_m - \frac{K_s}{J}\theta_l + \frac{b_s}{J}\dot{\theta}_m - \frac{b_s}{J}\dot{\theta}_l.$$

Blok dijagram koji opisuje model u prostoru stanja opisanog sistema:



Slika 87 – Blok dijagram sistema koji opisuje zglob robota pogonjen jednosmernim motorom preko elastične veze.

Zadatak 76

Za planetarni reduktor odrediti prenosni odnos ako je: 1) nosač satelita (planeta) fiksiran i 2) spoljni prsten fiksiran. Parametri reduktora su: broj zubaca spoljašnjeg prstena – $N_{sp} = 100$, broj zubaca centralnog zupčanika (sunca) – $N_s = 50$ i broj zubaca satelita (planeta) – $N_p = 25$.

Rešenje:

Da bi konstrukcijski bilo moguće napraviti planetarni reduktor, broj zubaca mora zadovoljiti uslov:

$$N_{sp} = N_s + 2N_p,$$

gde je N_{sp} broj zubaca spoljašnjeg prstena, N_s broj zubaca centralnog zupčanika (sunca) i N_p broj zubaca zupčanika satelita (planeta).

1) Najpre je potrebno razmotriti slučaj gde je nosač satelita fiksiran.

U ovom slučaju, moguće je odrediti prenosni odnos od osovine reduktora do spoljašnjeg prstena:

$$N = \frac{N_{sp}}{N_s} = 2.$$

2) Sada, je potrebno razmotriti slučaj gde je spoljašnji prsten reduktora fiksiran.

U ovom slučaju moguće je odrediti prenosni odnos od osovine reduktora do nosača satelita:

$$N = \frac{N_s + N_{sp}}{N_p} = 6.$$

Zadatak 77

Odrediti prenosni odnos harmonijskog reduktora kod koga je broj zubaca fleksibilnog prstena – $N_f = 45$, a broj zubaca spoljašnjeg kružnog prstena – $N_l = 50$.

Rešenje:

Kod harmonijskog reduktora, parametar N_f označava broj zubaca fleksibilnog prstena, dok N_l označava broj zubaca spoljašnjeg kružnog prstena.

9 Upravljanje

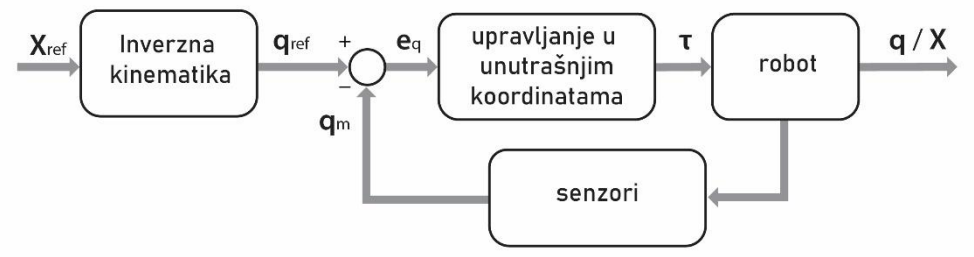
Rešavanjem zadataka u ovom poglavlju, čitaoci će steći uvid u mogućnosti korišćenja znanja o modelu robota sa jedne, odnosno znanja iz teorije upravljanja sa druge strane u cilju različitih pristupa upravljanju robotskim sistemima.

Zadatak 85

Objasniti pristupe upravljanja robotom u unutrašnjim (generalisanim) i spoljašnjim (funkcionalnim) koordinatama i predstaviti ih blok dijagramom.

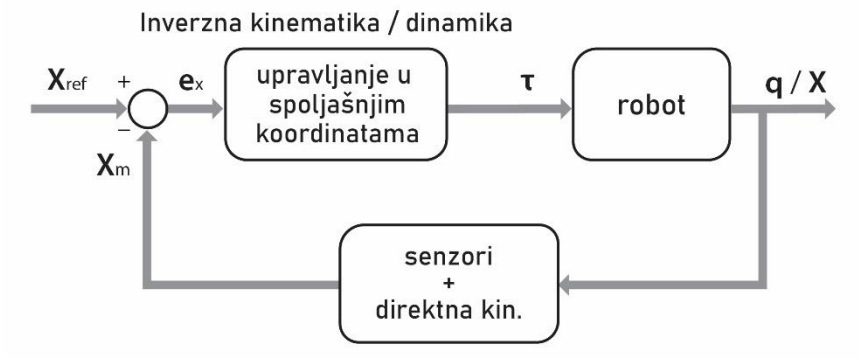
Rešenje:

Problematika upravljanja u unutrašnjim i spoljašnjim koordinatama se prirodno nameće jer se željeno kretanje robota zadaje u spoljašnjim (funkcionalnim) koordinatama, dok pogoni robota kojim upravljamo direktno utiču na kretanje unutrašnjih (generalisanih) koordinata.



Slika 91 – Blok dijagram upravljačke šeme robota u unutrašnjim koordinatama.

Upravljanje u unutrašnjim koordinatama zahteva najpre rešenje inverznog kinematičkog problema radi izračunavanja željenog kretanja svakog zgloba, a zatim upravljanja pozicijom svakog pojedinačnog zgloba. Mana upravljanja unutrašnjim koordinatama je ta što se ne meri pozicija završnog uređaja robota već, se ona procenjuje na osnovu merenja pozicije zglobova i rešavanja modela direktne kinematike. Model kinematike nikada nije idealan i ne razmatra neizbežne greške usled zazora u reduktorima i elastičnosti samih reduktora, ali i ostalih elemenata mehaničke konstrukcije. To znači da iako se idealno ostvare željene pozicije zglobova, pozicija završnog uređaja ne mora biti idealno ostvarena.



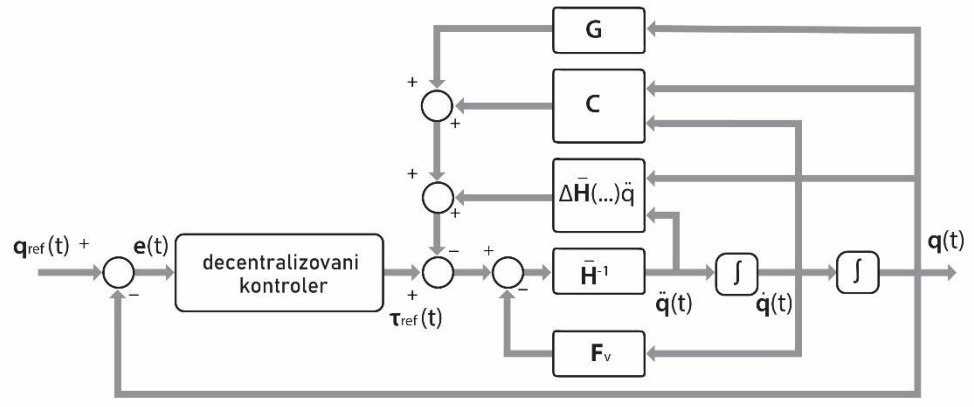
Slika 92 – Blok dijagram upravljačke šeme robota u spoljašnjim koordinatama.

Kod upravljanja u spoljašnjim koordinatama, poredi se odstupanje u spoljašnjim koordinatama. Međutim, treba istaći da je poziciju završnog robota teško direktno meriti, već se ona opet procenjuje na osnovu merenja pozicije zglobova i modela direktne kinematike (manje problematična od inverzne). Sa druge strane, kako se upravljačke komande izvršavaju na nivou unutrašnjih koordinata, upravljački mehanizam je vrlo kompleksan jer sadrži proračun inverzne dinamike.

Zadatak 86

Nacrtati opštu šemu decentralizovanog upravljanja robotskim manipulatorom. Objasniti osnovne principe decentralizovanog upravljanja**.**

Rešenje:



Slika 93 – Blok dijagram decentralizovane upravljačke šeme robota.