SADRŽAJ

PREDGOVOR **7**

A MATEMATIČKA TEORIJA ALGORITAMA **15**

A.1 Jezik, algoritmi i matematika 15
A.1.1 Prirodni jezici 15
A.1.2 Kultura jezika 16
A.1.3 Jezičke podloge teorije algoritama 16
A.1.4 Osnovni elementi prirodnog jezika 18
A.1.5 Struktura jezičkog pisma 19
A.1.6 Mehano-jezik 22
A.1.7 Matematička lingvistika 26
A.1.8 Kratko podsećanje 31
A.2 Od problema do rešenja 33
A.2.1 Proces razmatranja problema 33
A.2.2 Da bi problem bio definisan on pre svega mora biti uočen! 34
A.2.3 Dijalektička suština pojmova ‘problem’ i ‘rešenje’ . . . 35
A.2.4 Osnovne kategorije rešavanja problema 36
A.2.5 Različiti problemi – različiti jezici 39
A.2.6 Postoje klase problema koje zahtevaju različite oblike algoritamskog rešavanja 40
A.2.7 Razvojno bogatstvo algoritmike 44
A.3 Algoritamski problemi i rešenja 47
A.3.1 Pojam izračunljivosti 47
A.3.2 Kako predstaviti algoritamski problem? 48
A.3.3 Šta smatramo rešenjem nekog problema? 51
A.3.4 Šta smatramo instancom problema? 53
A.3.5 Rešavanje vs odlučivost problema 55

A.3.6 Rešavanje instanci problema 58
A.3.7 Radna hipoteza o pojmu odlučivosti problema?! 60
A.3.8 Trovalentno odlučivanje?! 62
A.4 Pojam algoritma 64
A.4.1 Uvodno razmatranje 64
A.4.2 Neposredna (opšta) definicija algoritma 66
A.4.3 Intuitivna definicija algoritma 67
A.4.4 Algoritam kao homonim 74
A.5 Kvalitativna definicija algoritma 78
A.5.1 Motivi i forma 78
A.5.2 Kvalitativni prikaz algoritma 78
A.6 Formalno zasnivanje algoritama 90
A.6.1 Uvodno razmatranje 90
A.6.2 Filozofsko/matematičke podloge formalne teorije algoritama 92
A.6.3 Teorija izračunljivosti i teorija rekurzivnih funkcija – generalno 94
A.6.4 'Okamova oštrica' u matematici 96
A.6.5 Teorija rekurzivnih funkcija 97
A.6.6 Tjuringova mašina 105
A.6.7 Ostali pristupi izgradnji teorije algoritama 117
A.6.8 Dve zaključne primedbe 120

B TEORIJA SLOŽENOSTI ALGORITAMA 123
B.1 Opšta pitanja teorije složenosti 123
B.1.1 Uvodno razmatranje 123
B.1.2 Kako se meri efikasnost programa? 126
B.1.3 Faktori koji utiču na efikasnost programa 128
B.1.4 Šta se meri? 129
B.1.5 Potreba za jedinstvenim sistemom merenja 132
B.1.6 Oblici funkcionalnih mera 134
B.1.7 Zadovoljni ili ne? 136
B.1.8 Kako se mere koraci (vreme)? 137
B.1.9 Zavisnost funkcionalnih mera od sadržaja ulaznih podataka 138

B.2 Standardno merenje složenosti 141
B.2.1 Asimptotske mere 141
B.2.2 Teorijski optimizam i pesimizam O, Ω, Θ 142
B.2.3 'Relevantno-n' i 'dovoljno veliko n0' 144
B.2.4 Amortizovano vreme 147
B.2.5 Najvažnije funkcije 148
B.2.6 Tendencija rasta 149
B.3 Volšebni NP mehanizam 154
B.3.1 Motivi za uvođenje nedeterminističkih mehanizama . . . 154
B.3.2 Razvojni koraci u izgradnji NP-teorije 155
B.3.3 Prva faza – Nedeterministička Tjuringova mašina (n.TM) 156
B.3.4 Izrada nedeterminističkih programa 163
B.3.5 Primeri nedeterminističkih programa 165
B.4 Rešenje i problem – nastavak 173
B.4.1 Rešenje i provera rešenja 173
B.4.2 Kako proveriti rešenje? 174
B.4.3 Efektivnost rešenja i polinomska 'brzina' 176
B.4.4 Fundamentalna podela algoritama 179
B.4.5 Zaključna razmatranja 180
B.5 NP-teorija 183
B.5.1 Cilj NP-teorije 183
B.5.2 Redukcija i odnosi između problema i algoritama 185
B.5.3 Matematička osnova redukcije 186
B.5.4 Prva redukcija 187
B.5.5 Druga redukcija (Tjuring) 193
B.5.6 Druga redukcija (Kuk / Karp) 195
B.5.7 Klase P i NP 200
B.5.8 Ujedinjeni kriteriji 202
B.5.9 Klasična NP-teorija 203
B.5.10 Savremena NP-teorija 211
B.5.11 Značaj NP-teorije 213
B.5.12 I konačno! 214
PRILOG: Spisak NP kompletnih problema razložen po klasama 217
LITERATURA 221

POSVETA I ZAHVALNICA

Ovu knjigu sam napisao nakon višegodišnjih molbi supruge Zlate i naših kćeri Željke i Sonje, koje su smatrale da za takav poduhvat imam i dovoljno znanja i dovoljno energije. Kasnije se pojavila i moja želja da ostavim nešto vredno svojim unucima Balši i Nikši, možda i još nekom nasledniku.

Kad sam se posle dužeg vremena odlučio na takav poduhvat, moja ideja je bila da unuke, još od malena i sa jasnom namerom, usmerim ka matematici i prirodnim naukama. Da u tome imaju 'nešto čvrsto', što će ih trajno podsećati na dedu, mada nemam ništa protiv da se posvete, na primer, muzici.

Nije bilo lako doneti tu odluku, jer sam se pre toga bavio pretežno konkretnom algoritmikom, bez pisanja tekstova i radova za javnost, pogotovo što u ovoj oblasti postoji obimna literatura i na našem i na stranim jezicima. Poseban teret je bilo mišljenje zagrebačkih matematičara Šepera i Rozencvajga, prevodilaca knjige *Što su konstruktivni procesi u matematici*, koji su u predgovoru knjige naveli da je delo poznatog ruskog matematičara V. N. Trostnikova [T5] retko dobro u moru površnih i nestručnih radova.

Verujem da svaki autor, pogotovo autor monografije, ima ozbiljnu dilemu i tešku odluku da li uopšte treba da se uputi u vrlo uzak prolaz između:

Scile: Treba napisati nešto pametno, i
Haribde: Ne sme napisati ništa glupo.

Beograd – april 2021.

Miloš Tica

O RUKOPISU

Matematičke osnove računarstva

Miloša Tice, inžinjera računarstva u penziji

Knjiga koja je pred nama je neobična, ne samo zato što nam autor nije do sad bio poznat, niti zato što se odjednom predstavlja četvorotomnim obimnim djelom, gdje je ova knjiga drugi dio kompleta. Najneobičnije u ovoj knjizi je što ovaj autor, kojega nam je zadovoljstvo otkriti, posjeduje vrlo specifičan prikaz koji uspješno povezuje praktično i teoretsko računarstvo, diskretnu matematiku, te elemente filozofije i logike. Rijetki su ljudi kao ovaj autor, koji su proveli cijeli radni vijek na praktičnom radu u algoritmici, uključujući i odgovorne položaje rukovodilaca razvojnih odjeljenja računarskih centara i koji sada, sa nedotaknutim entuzijazmom za nauku, žele ne samo podijeliti svoje ogromno iskustvo, nego podvući potrebu za teorijskim osnovama u računarstvu.

Od prve stranice čitalac shvata da se ovdje radi o djelu koje direktno i otvoreno kaže da računarstvo nije lista nepovezanih programa u nekom od modernih jezika programiranja, nije samo sposobnost korištenja brzo naučenih metoda sa kurseva, nije samo mogućnost rješavanja problema iz privrede, onakvih kakvih ih vidimo danas. Naprotiv, računarstvo je osnovna konstrukcija sutrašnje privrede, sa novim fizičkim, ali prije svega novim teoretskim osnovama. Zbog toga mu treba prići ne samo sa praktične strane, nego prije svega sa teoretske. I ako to čujete od nekog profesora univerziteta, koji više voli teoreme o algoritmima nego algoritme u primjeni, možda ćete sumnjati u tačnost te teze; ali ako isto čujete od nekoga ko dolazi iz visoke prakse računarstva, ko vam pokazuje ovom knjigom šta zaista treba znati da bi se bilo uspješnim u toj struci, sigurno ćete obratiti pažnju.

Poglavlje A je posvećeno matematičkoj teoriji algoritama. Prvi dio govori o vezi između prirodnih i formalnih jezika, obzirom da su formalni jezici jedan od najčešće korištenih načina da se definiše algoritam. Formalni jezici su lijepo uvedeni putem niza analogija sa prirodnim jezicima, kao i osnovnih razlika, od kojih je najvažnija ta da formalni jezik ne smije zavisiti od konteksta. Mislim da je ovaj pristup neobičan, jer se u literaturi obično počne direktno sa formalnim logičkim definicijama, i dopada mi se jer daje motivaciju i intuiciju nadolazaćem formalnom pristupu.

Prilika je to i da se diskutuje o (ne)mogućnosti jedinstvenog ljudskog jezika, mehaničkom prevodu i nezamjenljivoj ulozi kreativnog čovjeka, kao u datom primjeru prevoda *Štihova* Ogdena Neša koji je napravio Mika Antić.

Diskusija onda prelazi na formalne matematičke jezike, koji su predstavljeni kroz razne klase koje su sve povezane raznim produkcionim sistemima stvaranja riječi, ili rekurzivnim definicajama. Dati su mnogi primjeri jezika i produkcija, uključujući finite state automate, Push-down automate, te Turingove mašine. To je i prilika da se govori o gramatici programskih jezika i Bahus-Naurovoj formi. To je takođe i prilika da se napravi mala digresija o budućnosti računarstva, uključujući interesantne napomene i primjere o tome kako je teško govoriti o budućnosti u ovom polju koje se razvija brže nego što je iko mogao i slutiti.

Onda slijedi vrlo dobro motivisana i filozofski bogata diskusija o raznim vrstama problema i njihovih rješenja, sa mnogim primjerima, klasifikacijama i metodama. Zaista bogat materijal u cijelom poglavlju E, iz kojeg čitalac može naučiti kako praktično-teoretski materijal o algoritmima, jezicima i pristupima, tako i širu dimenziju rješavanja problema na metodički način. U ovom poglavlju se govori i o neodlučivim i o nerješivim problemima, te o tome kako se takve tvrdnje mogu dokazati. Dotiče se i pitanje trivalentne logike. Slijedi dugačak i dobro motivisan dio o tome šta je algoritam.

Mislim da je ovaj dio knjige najdublji matematički i zaista smatram da bi svaki čitalac trebao da se koncentriše u ovom momentu, jer je upravo tu mjesto gdje ga pisac vodi sa apstraktnih pojmova na vrlo konkretne programski orijentirane mehanizme. Ovo je tačka na kojoj će čitalac koji je dobro shvatio „zašto“, lako razumjeti „kako“. To je i cijela poenta piščeve metode.

Poglavlje F govori o složenosti algoritama. Naime, osnovna razlika između čisto matematičkog ili logičkog pristupa problematici odlučivosti i pristupa sa stanovišta računarskih nauka, je konačnost vremena. Ne samo konačnost, nego fizička ograničenost vremena. Dok je logičaru važno da zna da postoji