Predgovor

Ova knjiga nastala je kao rezultat višedecenijske aktivnosti autora u obrazovanju inženjera elektrotehnike i računarstva, projektovanja tehničko-tehnoloških sistema i njihovoj primeni u rešavanju raznorodnih problema u industriji i privredi. Knjiga je deseta po redu u okviru udžbeničko-monografske edicije posvećene teoriji stohastičkih sistema sa primenama u statističkoj analizi podataka, obradi slučajnih signala i stohastičkom upravljanju. U okviru pomenutog serijala, do sada su odštampani sledeći naslovi:

1-3. B. Kovačević, Ž. Đurović, "Fundamentals of Stochastics Signals and Systems with Worked Examples", 1st edition, Academic Mind, Belgrade, 1999, 2nd and 3rd revised editions, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008 and 2011.

4-5. B. Kovačević, M. Milosavljević, M. Veinović, M. Marković, „Robusna digitalna obrada govornog signala", Akademska Misao, Beograd, 2000, 2nd revised edition, "Robust Digital Processing of Speech Signals", Springer International, Cham, Switzerland, 2018.

6-7. B. Kovačević, Z. Banjac, M. Milosavljević, „Adaptivni digitalni filtri", Akademska Misao, Beograd, 2005, 2nd revised edition "Adaptive Digital Filters", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2013.

8. B. Kovačević, Z. Banjac, Ž. Đurović, „Filtriranje stohastičkih signala: optimalni, adaptivni i robusni estimatori parametara i stanja sistema", Akademska Misao, Beograd, 2017.

9. B. Kovačević, G. Kvaščev, „Identifikacija procesa", Akademska Misao, Beograd, 2018.

Građa za knjige u okviru edicije nastala je, sa jedne strane, na osnovu materijala koji je kroz više decenija pripremaju u cilju izvođenja nastave iz više predmeta na redovnim i poslediplomskim studijama pri Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Nastava iz nekih od ovih predmeta izvođena je na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, Elektrotehničkom fakultetu u Banja Luci, Elektrotehničkom fakultetu u Podgorici, Vazduhoplovno-tehničkoj vojnoj akademiji u Žarkovu, Centru visokih vojnih škola u Beogradu, Univerzitetu države Floride (SAD), Univerzitetu Turku (Finska), Državnom Univerzitetu u Tripoliju (Libija), i Državnom Univerzitetu u Bagdadu (Irak). Sa druge strane, za formiranje kompletnog materijala za navedene knjige korišćeni su i rezultati naučno-istraživačkih projekata koji su realizovani kroz zajednički rad istraživačkih timova Elektrotehničkog fakulteta (ETF u Beogradu), Instituta Mihajlo Pupin (IMP - Beograd), Instituta za primenjenu matematiku i elektroniku (IPME - Beograd), Vazduhoplovno tehničkog vojnog instituta (VTVI – Žarkovo) i Vojno-tehničkog instituta kopnene vojske (VTI-KoV, Beograd). Rezultati pomenutih projekata korišćeni su za razvoj modernih sredstava vojne opreme i naoružanja, bezbednosnih sistema, kao i naprednih proizvodnih programa u industriji.

Autori izražavaju zahvalnost kolegama i višegodišnjim saradnicima iz pomenutih visokoškolskih i naučno-istraživačkih ustanova, koji su značajno doprineli da se knjige iz ove edicije dovedu do svoje završne forme. Autori posebnu zahvalnost duguju kolegama sa Katedre za signale i sisteme, pri Elektrotehničkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu na inspirativnim diskusijama tokom niza godina, a koje su poslužile kao osnova za uvođenje pomenutih predmeta u nastavne planove i programe, kao i izradu materijala za ediciju. Konačno, veliku zahvalnost autori duguju i recenzentima, čije su korisne sugestije doprinele poboljšanju kvaliteta knjiga.

Naučne discipline kao što su modelovanje, analiza, identifikacija, filtracija, simulacija i optimizacija imaju dominantnu ulogu u klasičnim inženjerskim strukama, kao što su elektrotehnika, računarstvo, mašinstvo, građevinarstvo, arhitektura, rudarstvo, tehnologija i metalurgija, poljoprivreda i šumarstvo, itd. Ove discipline imaju veliki značaj i za savremene multidisciplinarne oblasti u koje spadaju robotika i mehatronika, veštačka inteligencija i ekspertski sistemi, statističko prepoznavanje oblika, inteligentno upravljanje, inteligentni senzori i mreže, nauka o podacima, obrada signala, nauka o materijalima, itd. Sa druge strane, svaka tehnologija, računajući i savremene digitalne tehnologije, predstavlja vid inženjerstva, tako da inženjerska nauka i tehnologija zajedno čine alat za projektovanje fabrika budućnosti i uvođenje četvrte generacije (G4) industrije. Ovakva industrija predstavlja rešenje za enormno brzi rast savremene tehnologije, na koji sadašnja industrija i privreda nisu našle adekvatan odgovor, a što je rezultovalo u gubitak radnih mesta i pad ekonomskog rasta. Razvojem moderne industrije uspostaviće se ravnoteža između tehnologije, privrede i društva, što će dalje dovesti do otvaranja novih radnih mesta, poboljšanja privredne aktivnosti, povećanja ekonomskog rasta i porasta životnog standarda celokupnog stanovništva. Preduslov za uspešnu realizaciju ovakvog koncepta društva zasnovanog na ekonomiji znanja i modernim tehnologijama predstavlja efikasan i relevantan obrazovni sistem. Ova knjiga predstavlja mali korak u tom pravcu.

Knjiga je tako koncipirana da u prvom delu (poglavlja 2 do 9) objedinjuje materiju navedenu pod rednim brojevima od 6 do 9, tako da na unificirani način razmatra probleme modelovanja, analize, parametarske identifikacije, estimacije stanja stohastičkih signala i sistema, kao i filtriranje slučajnih signala. Posebno su razmatrani Bajesov pristup optimalnoj estimaciji, parametarska identifikacija sistema primenom koncepta greške predikcije i Gausovog metoda najmanjih kvadrata, neparametarska identifikacija sistema bazirana na Vinerovoj optimalnoj teoriji i estimacija stanja dinamičkih sistema na osnovu Kalmanove optimalne teorije. Naučni rezultati Gausa u XIX veku, Vinera u prvoj polovine XX veka i Kalmana u drugoj polovini XX veka omogućili su izgradnju efikasnih alata za povezivanje empirijskih podataka (merenja sa sistema) i njegove matematičke reprezentacije. Ovim naučnim dostignućima je po prvi put u istoriji nauke i tehnike uspostavljena veze između inženjerske prakse i matematičke teorije, što je dovelo do daljeg razvoja tehničkih nauka i same tehnologije. To je dalje prouzrokovalo ubrzanje industrijske revolucije, koja traje više od jednog veka i danas se nalazi u četvrtoj fazi. U knjizi su dati mnogobrojni eksperimentalni rezultati, kao i aspekti praktične primene modelovanja, analize, identifikacije i filtracije u realnim uslovima. U drugom delu knjige (poglavlja 10 do 13) razmatrani su problemi upravljanja sistemima koji rade u stohastičkom okruženju. Posebna pažnja posvećena je konceptu optimalnog stohastičkog upravljanja, zasnovanog na minimizaciji tehno-ekonomskog indeksa performanse, koji pored disipacije energije u sistemu upravljanja,

kao tehničke mere tačnosti realizacije zadate upravljačke akcije, uključuje i potrebnu energiju optimalnog upravljačkog signala, kao ekonomski kriterijum. Posebno su razmatrani diskretni i kontinualni linearni stohastički sistemi, koji su modelovani u prostoru stanja. Kao mogući alati za minimizaciju kriterijuma optimalnosti razmatrane su tri optimizacione tehnike: klasičan varijacioni račun sa Lagranžovim multiplikatorima, Pontrjaginov metod minimuma ili maksimuma i Belmanov metod dinamičkog programiranja. Pokazuje se da je, u slučaju linearnih stohastičkih sistema, optimalni zakonu upravljanja identičan kao kod determinističkog linearnog sistema, pri čemu se nemerljivi slučajni vektor stanja zamenjuje njegovom optimalnom srednje-kvadratnom procenom na bazi Kalmanovog estimatora. U slučaju diskretnih linearnih stohastičkih sistema dodatno je razmatrana i ulazno-izlazna reprezentacija sistema, kao i slučaj kada parametri ove reprezentacije nisu egzaktno poznati, što rezultuje u koncept adaptivno-prediktivnog upravljanja. U celokupnom materijalu korišćene su simulacije, kao važno numeričko sredstvo za sagledavanje praktičnih dometa izloženih teorijskih rezultata.

Knjiga je prevashodno namenjena studentima redovnih i poslediplomskih studija Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, a pre svega studentima odseka za Signale i sisteme, ali može korisno poslužiti i studentima matematičkih i tehničkih fakulteta, koji se tokom svog školovanja susreću sa zadacima modelovanja i analize, identifikacije i filtriranja, kao i sa tehnikama optimizacije i automatskim upravljanjem. Algoritmi i rešenja razmatrani u ovoj knjizi mogu naći svoju primenu u širokom području stohastičke analize podataka, modelovanja i identifikacije procesa, obrade realnih signala različite fizičke prirode (govor, slika, seizmički signali, radari, sonari, sateliti, bio-medicinski signali, itd.), kao i u upravljanju procesima, tako da knjiga može poslužiti i inženjerima različitih usmerenja.

Efikasno praćenje izložene metodologije podrazumeva da čitalac poseduje osnovna znanja iz inženjerske matematike, koja se stiču na prve dve godine studija tehnike, a obuhvataju oblasti linearne algebre, matematičke analize, kompleksne analize, numeričke analize i verovatnoće sa statistikom.

Beograd, februar 2020. godine

Autori

Sadržaj

Uvod
Kratak prikaz istorije estimacije 1
Optimalni Vinerov filter 6
Optimalni Kalmanov filter 8
Komparativna analiza Vinerovog i Kalmanovog filtra 10
Robustifikacija Kalmanovog filtra i nelinearna filtracija 11
Adaptivni filtri 14
Robustifikacija adaptivnih filtara 17
Uvod u problematiku automatskog upravljanja 18
Kratak pregled istorije automatike 21

Glava 1
Kratak prikaz klasičnog pristupa projektovanja digitalnih filtara 23

Glava 2
Osnovi teorije estimacije 33
2.1 Estimator najmanjih kvadrata (minimalne srednje-kvadratne greške) kada je dato merenje skalarne slučajne varijable: jednodimenzioni (skalarni) LMS estimator 35
2.1.1 Estimator najmanjih kvadrata kao uslovno matematičko očekivanje, kada je dato skalarno merenje 35
2.1.2 Estimacija najmanjih kvadrata (LMS) skalarne slučajne varijable kada su data merenja niza slučajnih promenljivih (vektorska slučajna varijabla) 40
2.1.3 Kriterijum za ocenu kvaliteta estimacije i efikasnosti estimatora: Kramer-Raova teorema 47
2.1.4 LMS estimacija u slučaju kada je dato merenje kontinualnog skalarnog slučajnog procesa: jednodimenzioni (skalarni) LMS estimator 49
2.1.5 Skalarni linearni estimator najmanjih kvadrata (LLMS) kada su data merenja skalarne slučajne varijable: Analitički pristup optimizacije MSE kriterijuma 51
2.1.6 Skalarni linearni estimator najmanjih kvadrata (LLMS) kada su data merenja niza slučajnih varijabli (diskretna merenja realnog skalarnog slučajnog procesa) 52
2.1.7 Jednodimenzioni linearni metod najmanjih kvadrata (LLMS) kada je dat skalarni slučajni signal (kontinualno merenje): analitički pristup minimizacije MSE kriterijuma 56
2.1.8 Geometrijska interpretacija principa ortogonalnosti (projekcione teoreme): algebarski pristup minimizaciji MSE kriterijuma 59
2.1.9 Skalarni linearni estimator najmanjih kvadrata (LLMS) kada su data diskretna slučajna merenja (merenja skalarnog realnog diskretnog slučajnog procesa ili vektorske slučajne varijable): geometrijski pristup 62
2.1.10 Multidimenzionalni diskretni linearni estimator minimalne srednje kvadratne greške (najmanjih kvadrata): vektorski diskretni LLMS estimator 67
2.1.11 Skalarni linearni estimator najmanjih kvadrata (LLMS) kada su data kontinualna merenja (skalarni realni kontinualni slučajni signal): geometrijsko-algebarski pristup 70

2.1.12 Multidimenzioni linearni estimator najmanjih kvadrata (LLMS) kada je dat vektorski kontinualni slučajni signal (kontinualno merenje): geometrijsko-algebarski pristup 71
2.2 Estimator maksimalne aposteriorne verovatnoće: MAP estimator 74
2.3 Estimator maksimalne verodostojnosti: ML estimator 77
2.4 Estimator minimalne srednje apsolutne vrednosti greške: LAV estimator 86

Glava 3

Optimalni Vinerovi filtri: Neparametarska identifikacija linearnih vremenski-invarijantnih stohastičkih sistema 89
3.1 Kontinualni Vinerov filter 90
3.1.1 Postavke problema filtracije, predikcije i interpolacije u kontinualnom vremenskom domenu 90
3.1.2 Inovacioni pristup projektovanju optimalnog kontinualnog Vinerovog estimatora. 94
3.1.3 Postavka problema optimalne linearne kontinualne Vinerove filtracije u frekvencijskom domenu 104
3.2 Diskretni Vinerov filter 114
3.2.1 Postavke problema optimalne Vinerove estimacije (filtracije, predikcije i interpolacije) u vremenski diskretnom domenu 114
3.2.2 Diskretni linearni Vinerov filter sa konačnim impulsnim odzivom (svim nulama): Vinerov FIR filter 118
3.2.3 Diskretni linearni Vinerov estimator sa beskonačnim impulsnim odzivom: Vinerov IIR estimator (prediktor, filter i interpolator) 122
3.2.4 Diskretni Vinerov filter za široko-stacionarne vektorske signale 135
3.2.5 Diskretni Vinerov filter za nestacionarne vektorske signale 136

Glava 4

Optimalni Kalmanov filter: Estimator stanja stohastičkih signala i sistema 143
4.1 Diskretan Kalmanov filter 143
4.1.1 Postavka problema diskretne Kalmanove filtracije u prostoru stanja 143
4.1.2 Prediktor-korektor strukture diskretnog Kalmanovog filtra 145
4.1.3 Kriterijum za ocenu kvaliteta estimatora: nepomerenost i minimalna varijansa greške estimacije (optimalni estimator minimalne varijanse greške) 146
4.1.4 Heuristička analiza rada diskretnog Kalmanovog filtra 151
4.1.5 Inicijalizacija i implementiranje diskretnog Kalmanovog filtra 152
4.1.6 Geometrijski princip ortogonalnosti (projekciona teorema) 160
4.1.7 Asimptotske osobine diskretnog Kalmanovog filtra: diskretna Rikatijeva jednačina 162
4.1.8 Kalmanov filter kao opserver stanja linearnog diskretnog dinamičkog sistema 166
4.1.9 Kratak pregled osnovnih osobina Kalmanovog estimatora 172
4.2 Kontinualni Kalmanov filter: Optimalni estimator stanja kontinualnih linearnih stohastičkih signala i sistema u prostoru stanja 174
4.2.1 Postavka problema kontinualne filtracije (estimacije) u prostoru stanja 174
4.2.2 Trajektorija linearnog kontinualnog sistema u prostoru stanja: metod varijacije parametara 178
4.2.3 Diskretizacija lineranog kontinualnog stohastičkog modela u prostoru stanja 182
4.2.4 Kontinualni Kalmanov filter: Estimator stanja linearnih kontinualnih stohastičkih sistema i signala u prostoru stanja 186

4.3 Robusni i adaptivni diskretni Kalmanovi filtri: estimacija stanja stohastičkih signala i sistema u uslovima nepoznavanja statističkih karakteristika šuma.....201
4.3.1 Postavka problema robusne filtracije diskretnih stohastičkih signala 201
4.3.2 Kratak prikaz koncepta M-robusne estimacije.....206
4.3.3 M-robusni Kalmanovi filtri tipa dinamičke stohastičke aproksimacije.....215
4.3.4 Adaptivni M-robusni Kalmanovi filtri tipa dinamičke stohastičke aproksimacije....227
4.3.5 M-robusna estimacija parametara i stanja linearnih dinamičkih stohastičkih sistema 246
4.4 Statistički linearizovani M- robusni algoritam dinamičke stohastičke aproksimacije....271
4.4.1 Metod statističke linearizacije.....275
4.4.2 Statistička linearizacija M-robusnog algoritma dinamičke stohastičke aproksimacije 282
4.4.3 Statistički linearizovani M-robusni Kalmanovi filtri tipa dinamičke stohastičke aproksimacije 289

Glava 5

Adaptivno filtriranje: Parametarska identifikacija diskretnih stohastičkih sistema 293
5.1 Uvod.....293
5.2 Strukture digitalnih filtara.....294
5.2.1 Filtri sa beskonačnim impulsnim odzivom (IIR filtri).....294
5.2.2 Filtri sa konačnim impulsnim odzivom (FIR filtri) 297
5.3 Kriterijumska funkcija za estimaciju parametara FIR filtra.....299
5.3.1 Kriterijum srednje kvadratne greške (rizika) – MSE kriterijum 299
5.3.2 Minimizacija kriterijuma srednje kvadratne greške (rizika).....301
5.3.2.1 Njutnova metoda.....304
5.3.2.2 Metoda najbržeg spusta.....306
5.4 Adaptivni algoritmi za estimaciju parametara FIR filtara 308
5.4.1 Algoritam minimalnih srednje-kvadratnih vrednosti (LMS algoritam).....308
5.4.2 Algoritam najmanjih kvadrata (LS algoritam).....310
5.4.3 Rekurzivni algoritam najmanjih kvadrata (RLS algoritam).....312
5.4.4 Rekurzivni algoritam najmanjih kvadrata sa eksponencijalnim faktorom zaboravljanja (WRLS algoritam) 315
5.5 Adaptivni algoritmi za estimaciju parametara IIR filtara.....321
5.5.1 Rekurzivni algoritam greške predikcije (RPE algoritam).....329
5.5.2 Algoritam pseudo-linearne regresije (PLR algoritam) 333

Glava 6

Adaptivni digitalni filtri sa promenljivim faktorom zaboravljanja: Estimacija vremenski promenljivih parametara diskretnih stohastičkih sistema.....335
6.1 Izbor promenljivog faktora zaboravljanja.....336
6.1.1 Izbor faktora zaboravljanja na osnovu proširene greške predikcije.....336
6.1.2 Fortescue-Kershenbaum-Ydstie algoritam (FKY algoritam).....338
6.1.3 Algoritam paralelne adaptacije (PA-RLS algoritam) 346
6.1.4 Generalisani algoritam otežinjenih najmanjih kvadrata sa promenljivim faktorom zaboravljanja.....353
6.1.5 Izbor promenljivog faktora zaboravljanja na osnovu modifikovanog generalizovanog algoritma maksimalne verodostojnosti: MGLR algoritam 356
6.2 Eksperimentalna analiza 363

6.2.1 Komparativna analiza rekurzivnih algoritama za estimaciju promenljivog faktora zaboravljanja (analiza RLS algoritma sa PGP, FKY i PA strategijom za izračunavanje promenljivog faktora zaboravljanja) 363

Glava 7

Adaptivni digitalni filtri sa povećanom brzinom konvergencije: Optimalno planiranje pobudnog signala 306
7.1 Definisanje problema parametarske identifikacije 372
7.2 Adaptivni filtri konačnog impulsnog odziva sa optimalnim ulazom 374
7.3 Analiza konvergencije adaptivnih algoritama 378
7.4 Primena rekurzivnog algoritma najmanjih kvadrata sa optimalnim ulazom kod potiskivanja lokalnog eha u sistemima za skremblovanje 394
7.4.1 Definisanje problema potiskivanja lokalnog eha u sistemima za skremblovanje 394
7.4.2 Eksperimentalna analiza 396
7.5 Primena promenljivog faktora zaboravljanja na adaptivne filtre konačnog impulsnog odziva sa optimalnim ulazom 402

Glava 8

Robustifikacija adaptivnih digitalnih filtara: Parametarska identifikacija u približno poznatom stohastičkom okruženju 407
8.1 Robusni algoritam minimalne srednje-kvadratne greške: robusni LMS algoritam 409
8.1.1 Robustifikacija algoritma minimalne srednje-kvadratne greške: robusni LMS algoritam (RLMS algoritam) 412
8.1.2 Analiza stabilnosti robusnih estimatora 415
8.1.3 Eksperimentalna analiza na osnovu simulacija 418
8.2 Robusni rekurzivni algoritam najmanjih kvadrata sa optimalnim ulazom 423
8.2.1 Eksperimentalna analiza 428
8.3 Adaptivna procena faktora skaliranja kod robusnih algoritama 431
8.3.1 Eksperimentalna analiza 438
8.4 Robusni rekurzivni algoritam najmanjih kvadrata sa promenljivim faktorom zaboravljanja i detekcijom impulsnih smetnji 442
8.4.1 Eksperimentalna analiza 446
8.5 Rekurzivni robusni algoritam ponderisanih najmanjih kvadrata sa paralelnom robusnom adaptacijom faktora skaliranja i faktora zaboravljanja 448
8.5.1 Rekurzivna robusna estimacija parametara na bazi kriterijuma ponderisanih (težinskih) najmanjih kvadrata 449
8.5.2 Rekurzivna robusna estimacija faktora skaliranja (nepoznate standardne devijacije šuma) 453
8.5.3 Izbor promenljivog faktora zaboravljanja na osnovu robustifikovane modifikovane proširene greške predikcije (M-robusni MPGP metod) 457
8.5.4 Eksperimentalna analiza 463

Glava 9

Primene adaptivnih robusnih digitalnih filtara za potiskivanje eha u telekomunikacionim mrežama: 475
9.1 Eho-uzroci i načini nastanka 477
9.1.1 Eho kod prenosa govora 477
9.1.2 Akustički eho 479
9.1.3 Eho kod prenosa podataka 480

9.1.4 Osnovi principi adaptivnog potiskivanja eha 481
9.2 Matematički model sistema za potiskivanje eha 483
9.3 Analiza uticaja pobudnog signala na performanse sistema za potiskivanje eha kod prenosa govornog signala 484

Glava 10
Matematičke osnove optimalnog upravljanja 491
10.1 Klasičan varijacioni račun 492
10.1.1 Ojler-Lagranžove jednačine 493
10.1.2 Tehnika Lagranžovih multiplikatora 495
10.1.3 Nedostaci i prednosti klasičnog varijacionog računa 501
10.1.4 Kanonične jednačine Hamiltona 502
10.2 Pontrjaginov princip minimuma i maksimuma 504
10.2.1 Jednačine Pontrjagina 504
10.2.2 Minimizacija integralnog kriterijuma primenom Pontrjaginovog principa 506
10.3 Matematičke osnove optimalnog upravljanja vremenski-diskretnim sistemima 514
10.3.1 Diskretna verzija klasičnog varijacionog računa: diskretne Ojler-Lagranžove jednačine (optimizacija bez ograničenja) 514
10.3.2 Diskretna verzija metode Lagranžovih multiplikatora (optimizacija uz ograničenje) 516
10.3.3 Diskretna verzija Pontrjaginovog principa minimuma i maksimuma 516
10.4 Dinamičko programiranje 526
10.4.1 Belmanov princip optimalnosti 526
10.4.2 Diskretno dinamičko programiranje: ilustrativni primer 527
10.4.3 Generalna formulacija diskretnog dinamičkog programiranja 533
10.4.4 Kontinualna verzija dinamičkog programiranja 542

Glava 11
Optimalno determinističko upravljanje 545
11.1 Optimalni deterministički diskretni linearni regulatori sa kvadratnim indeksom performanse 547
11.1.1 Projektovanje optimalnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse primenom varijacionog računa 547
11.1.2 Projektovanje optimalnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse primenom Pontrjaginovog principa minimuma 555
11.1.3 Projektovanje optimalnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse primenom dinamičkog programiranja 570
11.1.4 Kontinualna verzija optimalnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse primenom dinamičkog programiranja 583

Glava 12
Stohastičko optimalno upravljanje 591
12.1 Projektovanje stohastičkih optimalnih linearnih diskretnih regulatora sa srednje-kvadratnim indeksom performanse u prostoru stanja 593
12.1.1 Model stohastičkog linearnog diskretnog vremenski-promenljivog sistema u prostoru stanja 593
12.1.2 Kriterijum za ocenu kvaliteta ponašanja sistema: srednje-kvadratni indeks performanse 600

12.1.3 Minimizacija srednje-kvadratnog kriterijuma primenom dinamičkog programiranja: optimalni linearni srednje-kvadratni regulator 602
12.2 Projektovanje stohastičkih optimalnih linearnih diskretnih regulatora sa srednje-kvadratnim indeksom performanse na bazi polinomijalnog modela 631
12.2.1 Polinomijalna ulazno-izlazno reprezentacija linearnog stohastičkog vremenski-diskretnog sistema sa kašnjenjem 631
12.2.2 Optimalna srednje-kvadratna d-koračna predikcija izlaza sistema primenom polinomijalnog modela 640
12.2.3 Optimalni regulator minimalne varijanse 648
12.2.4 Optimalni linearni kvadratni Gausov (LQG) kontroler za polinomijalne modele sistema: optimalno praćenje referentne trajektorije 657
12.3 Projektovanje stohastičkog optimalnog linearnog kontinualnog regulatora sa srednje-kvadratnim indeksom performanse u prostoru stanja 676
12.3.1 Model stohastičkog linearnog kontinualnog vremenski-promenljivog sistema u prostoru stanja 676
12.3.2 Postavke problema stohastičkog optimalnog kontinualnog upravljanja u prostoru stanja: srednje-kvadratni indeks performanse 680
12.3.3 Diskretizacija kontinualnog linearnog stohastičkog modela u prostoru stanja 682
12.3.4 Diskretizacija srednje-kvadratnog indeksa performanse za linearne kontinualne stohastičke modele u prostoru stanja 685
12.3.5 Projektovanje stohastičkog optimalnog kontinualnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse primenom diskretizovanog modela sistema u prostoru stanja i principa separacije 687
12.3.6 Izračunavanje minimalne vrednosti srednje-kvadratnog indeksa performanse za optimalni linearni, kontinualni stohastički regulator (LQG) 692
12.3.7 Primena optimalnog linearnog kontinualnog Kalmanovog estimatora u analizi kvaliteta optimalne stohastičke (LQG) regulacije 702

Glava 13

Uvod u adaptivno upravljanje: prediktivno upravljanje i samopodešavajući regulatori 709
13.1 Modeliranje i parametarska identifikacija sistema: metod greške predikcije izlaza 712
13.1.1 Modeli predikcije: jednokoračni prediktor izlaza (odziva) sistema 714
13.2 Parametarska identifikacija sistema: metod najmanjih kvadrata 718
13.2.1 Linearni metod najmanjih kvadrata 718
13.2.2 Pseudo-linearni metod najmanjih kvadrata 723
13.3 Prediktivno upravljanje na bazi strategije minimalne varijanse 729
13.4 Adaptivno prediktivno upravljanje: Samopodešavajući regulatori 733

Literatura 737

Lista skraćenica 749

Indeks 752

Spisak slika

Slika 1. Blok šema Vinerovog filtra (estimatora) 7
Slika 2. Blok dijagram Kalmanovog estimatora (filtra) 9
Slika 3. Teorijski osnovi Kalmanove filtracije 10
Slika 4. Blok šema adaptivnog filtra 15

Slika 1.1 Specifikacija željene amplitudsko-frekvencijske karakteristike NF filtra 24
Slika 1.2 Zadovoljavajuća amplitudsko-frekvencijska karakteristika NF filtra 25
Slika 1.3 Amplitudsko-frekvencijske karakteristike Butervortovih filtara reda N=2, 4 i 8..... 26
Slika 1.4 Tipičan grafik kvadrata Čebiševljeve funkcije..... 28
Slika 1.5 Postupak određivanja polova Čebiševljevog filtra prvog tipa, četvrtog reda 29

Slika 2.1 Blok šema postupka estimacije 33
Slika 2.2 Mogući izgled funkcije gubitaka ili rizika u kriterijumu optimalnosti (2.3)..... 34
Slika 2.3 Geometrijski prikaz principa ortogonalnosti (analogno sa linearnom algebrom) 50
Slika 2.4 Postupak diskretizacije kontinualnog signala..... 56
Slika 2.5 Geometrijski princip ortogonalnosti; šematski prikaz 60
Slika 2.6 Uslovna f.g.v. 82

Slika 3.1 Blok šema optimalnog Vinerovog estimatora 92
Slika 3.2 Dvokoračni inovacioni postupak za sintezu optimalnog kontinualnog Vinerovog estimatora 96
Slika 3.3 Transformacija spektra signala 98
Slika 3.4 Konverzija korelisanog slučajnog procesa u beli šum primenom inverznog filtra.... 98
Slika 3.5 Blok šema optimalnog Vinerovog estimatora (kaskadna ili redna vaza filtra za beljenje i optimalnog filtra za beli šum na ulazu).....100
Slika 3.6 Blok šema Vinerovog filtra u kompleksnom domenu 104
Slika 3.7 MSE –kriterijum u funkciji parametra za različite fiksne vrednosti parametra funkcije prenosa 107
Slika 3.8 Blok šema Vinerovog linearnog estimatora za procenu odbiraka vremenski diskretnog signala na bazi diskretnih merenja.....116
Slika 3.9 Filter za bojenje (korelisanje) belog šuma i inverzni filter za beljenje obojenog šuma u frekvencijskom kompleksnom domenu.....124

Slika 4.1 Šematska ilustracija rada Kalmanovog filtra kao prediktor korektor algoritma u realnom vremenu (prikaz dva sukcesivna ciklusa u radu Kalmanovog filtra).....153
Slika 4.2 Pomoćni modul za izračunavanje optimalnog Kalmanovog pojačanja 154
Slika 4.3 Blok šema diskretnog Kalmanovog filtra kao estimatora stanja linearnih diskretnih dinamičkih stohastičkih sistema 163
Slika 4.4 Kalmanov opserver stanja sistema sa promenljivim pojačanjem 170
Slika 4.5 Funkcionalna šema sistema upravljanja sa Kalmanovim filtrom kao opserverom stanja.....172
Slika 4.6 Aproksimacija kontinualnog šuma merenja superpozicijom pravougaonih impulsa.....186
Slika 4.7 Funkcionalni blok dijagram linearnog kontinualnog Kalmanovog filtra.....188
Slika 4.8 Određivanje ekvivalentnog linearnog kontinualnog sistema, koji se pobuđuje belim šumom a na izlazu generiše obojeni šum zadate spektralne gustine snage .192
Slika 4.9 Kretanje tela u konstantnom gravitacionom polju.....196
Slika 4.10 Strukturni blok dijagram adaptivnog M-robusnog Kalmanovog estimatora stanja sistema.....239
Slika 4.11 Stvarne koordinate trajektorije cilja, puna linija, i estimirane koordinate trajektorije, isprekidana linija, (a. pozicije; b. brzine) primenom adaptivnog robusnog Kalmanovog filtra (A1), za vrednost indeksa performanse 244
Slika 4.12 Evaluacija indeksa performanse CEE u vremenu za standardni (A2) i robusni (A1) Kalmanov filter za različite stepene kontaminacije (a. i b.).....245
Slika 4.13 Estimirane statistike šuma merenja i šuma stanja koje su generisane adaptivnim robusnim algoritmom (A1) i njihova komparacija sa srednjom vrednošću (a.) i varijansom mernog uzorka (b.), kao nerobusnim procenama.....245

Slika 5.1 Struktura IIR rekurzivnog filtra 295
Slika 5.2 Struktura transverzalnog FIR nerekurzivnog filtra.....297
Slika 5.3 Struktura adaptivnog digitalnog filtra 300
Slika 5.4 Izgled MSE za slučaj kad je M=1 302
Slika 5.5 Izgled MSE za slučaj kad je M=2 302
Slika 5.6 Grafički prikaz metode najbržeg spusta.....306
Slika 5.7 Pravci određivanja minimuma kriterijumske funkcije kod metode najbržeg spusta i Njutnove metode.....307
Slika 5.8 Direktna realizacija FIR filtra.....311
Slika 5.9 Blok šema EE IIR digitalnog filtra 322
Slika 5.10 Blok šema OE adaptivnog digitalnog IIR filtra 324

Slika 6.1 Raspored prozora analize u MGLR algoritmu.....356
Slika 6.2 Veza između diskriminacione funkcije MGLR algoritma i promenljivog faktora zaboravljanja 359
Slika 6.3 Promena parametra b1 FIR filtra reda M=9 u skladu sa test signalom 2 363

Slika 6.4 Vrednost procenjenog parametra FIR filtra uz primenu fiksnog faktora zaboravljanja 364
Slika 6.5 Estimacija vremenski promenljivog parametra FIR filtra primenom RLS algoritma sa PGP strategijom za izbor promenljivog faktora zaboravljanja.....365
Slika 6.6 Estimacija vremenski promenljivog parametra FIR filtra primenom RLS algoritma sa FKY strategijom za izbor promenljivog faktora zaboravljanja. 365
Slika 6.7 Estimacija vremenski promenljivog parametra FIR filtra primenom RLS a lgoritma sa PA strategijom za izbor promenljivog faktora zaboravljanja.....366
Slika 6.8 Estimacija vremenski promenljivog parametra b1 (test 2) primenom RLS PGP algoritma 367
Slika 6.9 Estimacija vremenski promenljivog parametra (test 2) primenom RLS FKY algoritma 368
Slika 6.10 Estimacija vremenski promenljivog parametra (test 2) primenom PA RLS algoritma.....368
Slika 6.11 Estimacija vremenski promenljivog parametra (test 2) primenom RLS algoritma.....369

Slika 7.1 Opšta struktura sistema za parametarsku identifikaciju sistema 372
Slika 7.2 Blok šema sistema za skremblovanje govornog signala 395
Slika 7.3 Princip potiskivanja lokalnog eha za jedan pravac prenosa.....396
Slika 7.4 Normalizovana greška estimacije (NEE) za beli Gausov šum pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=9.....397
Slika 7.5 ERLE faktor za beli Gausov šum, pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=9 398
Slika 7.6 Normalizovana greška estimacije (NEE) za beli Gausov šum, pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=256.....399
Slika 7.7 ERLE faktor za beli Gausov šum, pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=256 400
Slika 7.8 Normalizovana greška estimacije (NEE) za beli Gausov šum, pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=1000 700
Slika 7.9 ERLE faktor za beli Gausov šum, pseudo-slučajnu binarnu sekvencu i optimalnu ulaznu sekvencu za red FIR filtra M=1000 401
Slika 7.10 Normalizovana greška estimacije (SNR =10 dB) za izbor VFF primenom PA-RLS algoritma sa pobudnim signalom: Gausov šum i optimalna ulazna sekvenca 404
Slika 7.11 Normalizovana greška estimacije (SNR =20 dB) za izbor VFF primenom PA-RLS algoritma sa pobudnim signalom: Gausov šum i optimalna ulazna sekvenca 405
Slika 7.12 Normalizovana greška estimacije (SNR =30dB) za izbor VFF primenom PA-RLS algoritma sa pobudnim signalom: Gausov šum i optimalna ulazna sekvenca 406

Slika 8.1 Blok šema opšte strukture za parametarsku identifikaciju sistema 409
Slika 8.2 Oblik funkcije uticaja za različite estimatore.....415
Slika 8.3 Log normalizovana greška estimacije za različite algoritme u prisustvu Gausovog šuma 419
Slika 8.4 Log normalizovana greška estimacije za različite algoritme u prisustvu impulsnog šuma 420

Slika 8.5 Usrednjena log normalizovana greška estimacije za različite verovatnoće i računata na osnovu 100 Monte Karlo pokušaja.....420
Slika 8.6 Aditivni impulsni šum na izlazu željenog sistema.....429
Slika 8.7 Normalizovana greška estimacije (NEE) za različite adaptivne algoritme u slučaju kada u željenom odzivu nije prisutan impulsni šum.....429
Slika 8.8 Normalizovana greška estimacije (NEE) za različite adaptivne algoritme u slučaju kada je u željenom odzivu prisutan impulsni šum.....430
Slika 8.9 Aditivni šum promenljive dinamike: a) bez prisustva impulsnih smetnji b) uz prisustvo impulsnih smetnji 438
Slika 8.10 Procena faktora skaliranja: a) primenom medijane apsolutne devijacije b) iterativnom metodom 439
Slika 8.11 Normalizovana greška estimacije kada u aditivnom šumu nisu prisutne impulsne smetnje 440
Slika 8.12 Normalizovana greška estimacije kada su u aditivnom šumu prisutne impulsne smetnje, za različite algoritme.....441
Slika 8.13 Estimacija vremenski promenljivog parametra primenom RRLS algoritma sa promenljivim faktorom zaboravljanja i detektorom „outlier"-a kada nije prisutna impulsna kontaminacija.....446
Slika 8.14 Promena parametra FIR filtra reda M=9 447
Slika 8.15 Estimacija vremenski promenljivog parametra primenom RRLS algoritma sa promenljivim faktorom zaboravljanja i detektorom „outlier"-a kada je prisutna impulsna kontaminacija.....447
Slika 8.16 Trajektorija vremenski promenljivog parametra 467
Slika 8.17 Realizacija aditivnog šuma sa nultom srednjom vrednošću 468
Slika 8.18 Eksperimentalni rezultati za RRWLSV algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti.....468
Slika 8.19 Eksperimentalni rezultati za RLSVF algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti.....469
Slika 8.20 Eksperimentalni rezultati za RRLSS algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti.....469
Slika 8.21 Eksperimentalni rezultati za RRWLSV algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti kontaminiran „outlier"-ima 470
Slika 8.22 Eksperimentalni rezultati za RLSVF algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti kontaminiran „outlier"-ima.....470
Slika 8.23 Eksperimentalni rezultati za RRLSS algoritam kada je nominalni šum gausovski nulte srednje vrednosti kontaminiran „outlier"-ima 471
Slika 8.24 Realizacija aditivnog šuma 471
Slika 8.25 Trajektorija vremenski promenljivog parametra 472
Slika 8.26 Normalizovana greška estimacije (NEE), za različite algoritme, u nestacionarnom okruženju sa Gausovskim šumom nulte srednje vrednosti i vremenski promenljivim parametrom.....473
Slika 8.27 Normalizovana greška estimacije (NEE), za različite algoritme, u nestacionarnom okruženju sa Gausovskim šumom nulte srednje vrednosti koji je kontaminiran „outlier"-ima i vremenski promenljivim parametrom.....473

Slika 9.1 Nastanak eha u analognoj telefonskoj mreži pri prenosu govornog signala 478
Slika 9.2 Nastanak akustičkog eha. Akustički eho je posledica kratkog spajanja između zvučnika i mikrofona, usled refleksije od okolnih predmeta 479
Slika 9.3 Blok šema potpunog dvosmernog prenosa ("full-duplex") na jednom vodu realizovanog pomoću hibrida. Signali eha su obeleženi isprekidanim linijama 480
Slika 9.4 Adaptivno potiskivanje akustičkog eha 481
Slika 9.5 Adaptivno potiskivanje eha (APE) za oba pravca prenosa govornog signala 482
Slika 9.6 Adaptivno potiskivanje lokalnog i linijskog eha 482
Slika 9.7 Blok šema sistema za adaptivno potiskivanje eha 484
Slika 9.8 ERLE faktor kada se prenosni put signala eha simulira sa FIR filtrom 487
Slika 9.9 ERLE faktor kada se prenosni put signala eha simulira IIR filtrom tip Butterworth 487
Slika 9.10 ERLE faktor kada se prenosni put signala eha simulira IIR filtrom tipa Chebyshev 488

Slika 10.1 Tipična funkcionalna varijacija rešenja 493
Slika 10.2 Strukturni blok dijagram optimalnog sistema upravljanja sa zatvorenom negativnom povratnom spregom po poziciji i brzini 501
Slika 10.3 Ilustracija problema diskretnog optimalnog upravljanja primenom dinamičkog programiranja 529
Slika 10.4 Minimizacija kriterijumske funkcije za slučaj ograničenog upravljanja 535
Slika 10.5 Nelinearni kontroler projektovan metodom dinamičkog programiranja 540

Slika 11.1 Blok dijagram optimalnog lineranog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse za determinističke linearne vremenski invarijantne sisteme zasnovan na dve rekurzivne jednačine 552
Slika 11.2 Šematski prikaz rekurzivnih procedura za izračunavanje optimalnog pojačanja linearnog kvadratnog zakona regulacije, u inverznom vremenu 553
Slika 11.3 Blok dijagram optimalnog LQ regulatora za linearne determinističke vremenski-diskretne sisteme u slučaju beskonačnog horizonta posmatranja 554
Slika 11.4 Blok šema optimalnog linearnog determinističkog vremenski-promenljivog diskretnog regulatora zasnovanog na diskretnoj Rikatijevoj jednačini 559
Slika 11.5 Blok dijagram optimalnog regulatora za determinističke linearne vremenski promenljive diskretne sisteme u inverznom vremenu 570
Slika 11.6 Šematski prikaz rekurzivne procedure dinamičkog programiranja u direktnom i inverznom diskretnom vremenu 574
Slika 11.7 Pojačanje optimalnog regulatora u funkciji indeksa diskretnog vremena 581
Slika 11.8 Blok dijagram optimalnog linearnog regulatora sa kvadratnim indeksom performanse (LQR) za determinističke linearne vremenski promenljive diskretne sisteme 582
Slika 11.9 Rezultat integracije Rikatijeve nelinearne vektorske diferencijalne jednačine u inverznom vremenu 589
Slika 11.10 Simulacioni blok dijagram sistema upravljanja sa negativnom povratnom spregom 589

Slika 12.1 Šema više-koračne procedure za izračunavanje odbiraka optimalnog upravljanja i minimalne vrednosti kriterijuma 604

Slika 12.2 Blok šema LQG regulatora 622
Slika 12.3 Blok šema sistema diskretnog upravljanja (LQG regulatora) za model sistema u primeru 12.1 625
Slika 12.4 Strukturni blok dijagram polinomijalnog ARMAX modela sa kašnjenjem u diskretnom vremenskom domenu 633
Slika 12.5 Strukturni blok dijagram u z-kompleksnom domenu na bazi ulazno-izlaznog modela sistema.....637
Slika 12.6 Strukturni blok dijagram ekvivalentnog sistema sa dejstvom jednog poremećaja svedenog na izlaz sistema.....638
Slika 12.7 Strukturni blok dijagram optimalnog *d*-koračnog prediktora 644
Slika 12.8 Strukturni blok dijagram optimalnog sistema upravljanja zasnovanog na regulatoru minimalne varijanse 650
Slika 12.9 Strukturni blok dijagram sistema upravljanja sa slučajnom parazitnom pobudom (poremećajem) 652
Slika 12.10 Dvokomponentni optimalni linearni kvadratni gausovski (LQR) kontroler (regulator) na bazi polinomijalne reprezentacije sistema.....669
Slika 12.11 Strukturni blok dijagram optimalnog kontinualnog linearnog stohastičkog LQG kontrolera sa optimalnim kontinualnim Kalmanovim estimatorom stanja 695
Slika 12.12 Strukturni blok dijagram optimalnog kontinualnog stohastičkog sistema upravljanja na bazi modela u prostoru stanja (12.293).....700
Slika 12.13 Minimalna vrednost indeksa performanse (12.294) u funkciji dužine intervala upravljanja 702

Slika 13.1 Blok šema indirektnog adaptivnog sistema upravljanja 710
Slika 13.2 Blok šema direktnog adaptivnog sistema upravljanja 710
Slika 13.3 Blok šema parametarske identifikacije na bazi metode greške predikcije.....714
Slika 13.4 FIR struktura modela sistema.....715
Slika 13.5 ARX struktura modela sistema 716
Slika 13.6 ARMAX struktura modela sistema.....717
Slika 13.7 Blok šema optimalnog prediktivnog kontrolera (dvokomponentna struktura).....732
Slika 13.8 Blok šema adaptivnog-prediktivnog kontrolera 736

Spisak tabela

Tabela 1.1 Preslikavanje funkcije prenosa NF filtra u funkciju prenosa željenog tipa filtra.... 31

Tabela 4.1 Heuristički opis funkcionisanja Kalmanovog Filtra 152
Tabela 4.2 Dijagram toka algoritma digitalne Kalmanove filtracije za stacionaran model 154
Tabela 4.3 Dijagram toka Kalmanovog opservera stanja linearnih diskretnih stohastičkih vremenski-invarijantnih sistema 169
Tabela 4.4 Linearni kontinualni stohastički model sistema i ekvivalentni linearni diskretni model u prostoru stanja 185
Tabela 4.5 Jednačine linearnog kontinualnog Kalmanovog filtra 189
Tabela 4.6 Proračun diskretnog Kalmanovog filtra za praćenje objekta u prostoru 200
Tabela 4.7 Dijagram toka algoritma M-robusne digitalne Kalmanove filtracije tipa dinamičke stohastičke aproksimacije 226
Tabela 4.8 Dijagram toka procedure za implementaciju adaptivnog M-robusnog Kalmanovog filtra tipa dinamičke stohastičke aproksimacije sa robusnim medijana filtrom 233
Tabela 4.9 Dijagram toka procedure za implementaciju robusnog Kalmanovog filtra na bazi M-robusne dinamičke stohastičke aproksimacije sa paralelnom adaptacijom statistika šumova primenom robusnog medijana estimatora 240
Tabela 4.10 Dijagram toka algoritma UD faktorizacije 256
Tabela 4.11 Dijagram toka M-robusnog diskretnog Kalmanovog filtra zasnovanog na Njutnovom iterativnom nerekurzivnom robusnom parametarskom estimatoru 263
Tabela 4.12 Statistički linearizovani M-robusni Kalmanov filter 290
Tabela 4.13 Alternativna verzija statistički linearizovanog M-robusnog Kalmanov filtra 292

Tabela 5.1 Dijagram toka RLS algoritma 315
Tabela 5.2 Dijagram toka WRLS algoritma.....320
Tabela 5.3 Dijagram toka EE-WRLS algoritma.....328
Tabela 5.4 Dijagram toka RPE algoritma.....332
Tabela 5.5 Dijagram toka PLR algoritma.....334

Tabela 6.1 Određivanje faktora zaboravljanja FKY strategijom.....342
Tabela 6.2 Određivanje faktora zaboravljanja PA strategijom 352

Tabela 7.1 Vrednost usrednjene normalizovene greške estimacije za beli Gausov šum i optimalnu ulaznu sekvencu (SNR=10 dB). 403
Tabela 7.2 Vrednost usrednjene normalizovane greške estimacije za beli Gausov šum i optimalnu ulaznu sekvencu (SNR=20 dB) 404
Tabela 7.3 Vrednost usrednjene normalizovane greške estimacije za beli Gausov šum i optimalnu ulaznu sekvencu (SNR=30dB) 405

Tabela 8.1 Dijagram toka RLMS algoritma 414
Tabela 8.2 Usrednjena log normalizovana greška estimacije za različite verovatnoće računata na osnovu of 100 Monte Karlo pokušaja 421

Tabela 8.3 Usrednjena log normalizovana greška estimacije za različite vrednosti intenziteta impulsnog šuma, računata na osnovu 100 Monte Karlo pokušaja 421
Tabela 8.4 Usrednjena log normalizovana greška estimacije za različite vrednosti raspodele amplitude računata na osnovu 100 Monte Karlo pokušaja 422
Tabela 8.5 Dijagram toka RRLS algoritma 426
Tabela 8.6 Dijagram toka RRLSO algoritma 427
Tabela 8.7 Dijagram toka algoritma za istovremenu estimaciju parametara i faktora skaliranja 437
Tabela 8.8 Varijansa procene faktora skaliranja: a) primenom medijane apsolutne devijacije b) iterativnom metodom 440
Tabela 8.9 Dijagram toka RRLS algoritma sa promenljivim faktorom zaboravljanja i detekcijom impulsnih smetnji 444
Tabela 8.10 Dijagram toka rekurzivnog robusnog algoritma ponderisanih najmanjih kvadrata sa robusnim adaptivnim faktorom skaliranja i faktorom zaboravljanja 460
Tabela 8.11 Srednja vrednost i varijansa uzorka za različite stepene kontaminacije 466
Tabela 8.12 Srednja vrednost i varijansa uzorka za različite intenzitete „outlier"-a, ...466
Tabela 8.13 Srednje kvadratna norma matrice kovarijanse greške estimacije za različite početne uslove 467

Tabela 9.1 Karakteristike RLS i LMS adaptivnih algoritama 489

Tabela 10.1 Dijagram toka programa za implementaciju dinamičkog programiranja 532
Tabela 10.2 Dijagram toka programa za izračunavanje optimalne upravljačke sekvence i odgovarajuće optimalne trajektorije sistema 532
Tabela 10.3 Dijagram toka programa za generisanje inicijalne (početne) tabele pretraživanja 537
Tabela 10.4 Generisanje optimalnog upravljanja i minimalnog kriterijuma za *N*-koračni numerički postupak unazad u vremenu 539

Tabela 11.1 Sekvenca optimalnog pojačanja 579

Tabela 12.1 Optimalni diskretni Kalmanov estimator stanja (filter) 620
Tabela 12.2 Proračun optimalnog linearnog diskretnog srednje-kvadratnog (LQ) regulatora koji minimizira opšti deterministički kriterijum (12.20) 621
Tabela 12.3 Proračun linearnog srednje-kvadratnog diskretnog (LQ) regulatora koji minimizira deterministički indeks performanse (12.82) ili (12.84), (12.85) 623
Tabela 12.4. Proračun optimalnog estimatora stanja (Kalmanovog filtra) za model sistema u prostoru stanja (12.80), (12.81) 623
Tabela 12.5 Alternativni postupak za ocenu kvaliteta rada optimalnog LQG regulatora 630

Tabela 13.1 Dijagram toka RLLS algoritma 720
Tabela 13.2 Dijagram toka RWLLS algoritma – rekurzivni algoritam težinskih najmanjih kvadrata 721
Tabela 13.3 Dijagram toka programa za implementaciju adaptivnog-prediktivnog kontrolera 733

Uvod

U opštem slučaju pojam „filter“ podrazumeva fizički uređaj čiji je zadatak da ukloni neželjene sastojke iz odgovarajuće mešavine. U originalnoj definiciji filter je fizički sklop koji rešava problem izdvajanja neželjenih komponenti iz mešavine koja se sastoji od gasa, tečnosti i čvrste faze. Kasnije, u eri elektronskih cevi i analogne elektronike, ovaj termin je označavao analogno kolo koje filtrira elektronske signale. Ovakvi signali predstavljali su mešavine komponenti (harmonika) na različitim frekvencijama, te je ovaj fizički (elektronski) sklop potiskivao neželjene frekvencije. Ovaj koncept je proširen krajem prve polovine 20. veka na izdvajanje korisnog signala iz zašumljene sredine, pri čemu su i signal i šum opisani stohastički preko odgovarajućih spektralnih gustina snage i njima pridruženih kovarijacionih funkcija. Međutim, pre početka uvodnog izlaganja razmotrimo ukratko osnovne momente u razvoju teorije estimacije. S obzirom da je teorija estimacije našla široku primenu ne samo u oblasti obrade stohastičkih signala već i u upravljanju sistemima, u nastavku će biti razmatrani osnovni principi i zadaci automatskog upravljanja, kao i kratak pregled istorije automatike.

Kratak prikaz istorije estimacije

Neizbežnost postojanja grešaka prilikom merenja fizičkih veličina uočeno je još u doba Galilea Galileja (*Galileo Galilei,* 1564-1642). Međutim, prvi formalni matematički metod za tretiranje ovakvih grešaka predložio je tek 1795. godine Karl Fridrih Gaus (*Carl Friedrich Gauss,* 1777-1855). Iako se ovaj metod, koji je nazvan metod najmanjih kvadrata (u engleskoj literaturi *Method of Least Squares*) pretežno koristi za optimalno rešavanje problema linearne estimacije, Gaus je primenio ovaj metod za rešavanje, sa matematičkog stanovišta, specifičnog nelinearnog problema estimacije u okviru astronomije. Ovaj događaj je obrađen na više mesta u literaturi i ukratko se može prikazati na sledeći način, [24]. Prvog dana 19. veka, 01. Januara 1801. godine, italijanski astronom Đuzepe Pjaci (*Giuseppe Piazzi,* 1746-1826) proučavao je astronomski katalog zvezda, neznavši da je katalog odštampan sa greškom. Pokušavajući da pronađe nedostajuću zvezdu u katalogu, otkrio je novu planetu, koju je kasnije nazvao Ceres, a da nije bio ni svestan svog otkrića. Narednu 41 noć pratio je kretanje planete iz observatorije u Palermu, nakon čega je prekinuo eksperiment. Međutim, kada je nakon izvesnog vremena nastavio eksperiment, više nije mogao da pronađe nebesko telo. O svom otkriću je 24. Januara 1801. godine pismenim putem obavestio Johana Boda (*Johan Bode, 1747-1826*), koji je bio poznat po Bodeovom zakonu, na osnovu koga se moglo proračunati, u astronomskim jedinicama, rastojanje planete od Sunca, na osnovu formule

$$d_n = \frac{1}{10}\left(4 + 3 \times 2^n\right),\ n = -\infty, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

Iako je pripisana Bodeu, ovu formulu je prvi predložio nemački astrolog *Johan Tietz* 1772. godine. U to doba je bilo poznato samo 6 planeta, a 1781. godine *Friedrich Herschel* je otkrio Uran, koji odgovara formuli za $n = 6$. Pri tome, nije otkrivena ni jedna planeta koja odgovara broju $n = 3$, a udruženje astronoma Evrope, čiji Piazzi nije bio član, tragalo je više od 30 godina za nedostajućom planetom. Zbog sporosti pošte, pismo je stiglo do Bodea tek 20.3.1801. godine. Bode je posumnjao da Pjacijevo otkriće predstavlja rešenje za nedostajuću planetu, ali na osnovu do tada poznatih metoda nisu mogli da se odrede parametri njene orbite. Posmatrani problem se svodio na rešavanje nelinearnih jednačina, za koje je sam Isak Njutn (eng. *Isac Newton* 1642-1727) tvrdio da predstavljaju jedan od najtežih matematičkih problema u astronomiji, koji je do tada bio nerešiv, tako da je planeta Ceres ponovo ostala izgubljena u svemiru. Pjaci je svoje otkriće objavio tek na jesen 1801. godine. Njegovo tvrđenje o mogućem postojanju 8. planete bilo je suprotstavljeno zvaničnom stavu intelektualne elite tog doba, pre svega filozofa kojima je, između ostalih, pripadao i Georg Hegel, a koji su tvrdili da postoji filozofski dokaz za samo 7 planeta u sistemu, te da astronomi gube vreme pokušavajući da otkriju osmu planetu. Rasprava je zainteresovala genijalnog matematičara iz *Göttingen*-a Karla Gausa (*Carl Friedrich Gauss,* 1777-1875), starog 24 godine, koji se pored čistog matematičkog rada bavio i oblastima primenjene fizike, tako da je prethodno već proučavao i problem određivanja orbite planeta, ali je vremenom počeo da gubi interesovanje za ovo istraživanje. Videvši polemiku o novoj planeti, Gaus se vratio istraživanju kretanja planeta i u decembru 1801. godine dao je procenu (estimaciju) orbite planete Ceres. Rezultat je poslao Pjaci, koji je na osnovu njega poslednjeg dana 1801. godine ponovo otkrio izgubljenu planetu. Gaus je ovaj rezultat objavio tek 1809. godine, kada je opisao metod najmanjih kvadrata (eng. *Least Squares* ili skraćeno *LS*), iako je sam metod otkrio još 1795. godine, u svojoj osamnaestoj godini. Nakon otkrića planeta Ceres je prestala da bude od interesa za naučnu i akademsku javnost, ali je metod najmanjih kvadrata ostao predmet interesovanja naučnika, istraživača, inženjera i tehnologa kroz vekove, sve do današnjeg vremena. Ovaj metod je imao presudan uticaj na razvoj nauke i tehnike, s obzirom da je predstavljao prvi optimalni metod estimacije, koji je omogućio vezu između eksperimentalnih i teorijskih rezultata. On je povezao eksperimentalne i teorijske nauke i dao praktično rešenje za estimaciju nepoznatih parametara u teorijskim matematičkim modelima, na osnovu korišćenja eksperimentalnih podataka. Sam Gaus je ostao zapamćen kao kralj kraljice nauke – matematike, a njegova naučna delatnost se može razvrstati po datumima na sledeći način: 1800-1820, astronomija; 1820-1830, geodezija; 1840, matematika i fizika, a posebno elektromagnetizam, Zemljin magnetizam i teorija privlačnosti prema Njutnovom zakonu; 1841-1845, fotografija i geometrija povezane sa funkcijama kompleksne promenljive; uz navedeno bavio se i praktičnim pitanjima fizike, a pronašao je magnetometar i električni telegraf (1833. godine).

Prvu formalnu teoriju optimalne estimacije za sisteme koji uključuju i slučajne procese su dali Andrej Nikolajević Kolmogorov (*Andrei Nikolaevich Kolmogorov*, 1903-1987) i Norbert Viner (*Norbert Wiener*, 1894-1964). Ruski naučnik Kolmogorov je oko 1925. godine, radeći u okviru tima čiji je član bio i Aleksandar Jakovljevič Hinčin (*H. Ya. Khinchin, 1894-1957*), redefinisao osnove teorije verovatnoće u teoriju mera, što je rezultovalo u pogodan matematički aparat za

dalji razvoj teorije verovatnoće i slučajnih procesa. Zajedno sa Norbertom Vinerom smatra se osnivačem teorije predikcije (ekstrapolacije), interpolacije i filtracije slučajnih Markovskih procesa (u engleskoj terminologiji *Theory of prediction smoothing and filtering*) kao i generalne teorije ergodičnih slučajnih procesa. S druge strane, N. Viner je bio čudo od deteta početkom dvadesetog veka. Formalno nije išao u osnovnu školu, već ga je do devete godine podučavao otac, nakon čega je upisao srednju školu, koju je završio sa jedanaest godina. Na Univerzitetu *Tufts* upisao je studije matematike, koje je završio sa 14 godina, a doktorske studije na Univerzitetu Harvard završio je u svojoj osamnaestoj godini. Po doktoriranju, narednih 6 godina, radio je van akademske zajednice, a 1919. godine je dobio mesto predavača na čuvenoj visokoškolskoj naučnoj ustanovi *Massachusetts Institute of Technology* (skraćeno MIT), na kojoj je proveo ostatak radnog veka. Jedno od njegovih najznačajnijih otkrića u oblasti matematike predstavlja generalizovana harmonijska analiza, kojom je proširio Furijeovu transformaciju i na funkcije (signale) konačne snage, za razliku od originalnog rezultata koji se odnosio samo na funkcije (signale) konačne energije. Značajan rezultat je i matematički dokaz da se transformacijom belog šuma dobija, takođe, beli šum, kao i otkriće da autokovarijaciona funkcija široko stacionarnog slučajnog procesa i spektralna gustina snage predstavljaju Furijeov transformacioni par. Poslednji rezultat poznat je u literaturi kao Viner-Hinčinova (*Wiener-Khinchin*) teorema, ali je kasnije ustanovljeno da je Ajnštajn (*Albert Einstein,* 1879-1955) još pre toga otkrića poznavao ovaj rezultat. Početkom II svetskog rata, Viner je bio angažovana na vojnom zadatku, čiji je cilj bio projektovanje sistema automatskog upravljanja koji će na osnovu merenja sa osmatračkog radara da usmerava protiv-vazdušnu odbranu na neprijateljske letelice. Uvažavajući različite brzine aviona i topovskih zrna, zadatak upravljanja se svodio na predviđanje budućeg položaja cilja na osnovu analize zašumljenih signala, koje je generisao radar. Viner je predložio rešenje u formi minimalne srednje-kvadratne greške predikcije (eng. *Least Mean-Square prediction error,* skraćeno LMS) koristeći autokovarijacione funkcije signala i šuma. Predloženo rešenje se svodi na integralni operator, odnosno na integralnu jednačinu, koja je u literaturi poznata kao Viner-Hopfova jednačina, a tadašnja analogna tehnologija omogućila je da se predloženo rešenje realizuje koristeći analogna elektronska kola, uz odgovarajuća ograničenja na relevantne autokovarijacione funkcije, odnosno njima pridružene transformacione parove u frekvencijskom domenu, u obliku spektralnih gustina snaga. Ovim se probabilistička priroda slučajnih fenomena izražava preko spektralne gustine snage u frekvencijskom domenu. U trenutku kada je Viner kompletirao svoj rad na sintezi vremensko-kontinualnog prediktora, Kolmogorov je predložio rešenje za optimalni linearni prediktor za vremenski-diskretne sisteme. Viner je svoj rezultat objavio krajem 1940. godine u izveštaju pod naslovom „*Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series*“, [139]. Izveštaj je sadržao matematičke detalje koji su prevazilazili programe matematike na redovnim studijama elektrotehnike, tako da je ovaj materijal kasnije korišćen na poslediplomskim studijama elektrotehnike na vodećim univerzitetima u svetu. Međutim, u naučno-popularnoj literaturi, Viner je poznatiji kao promoter kibernetike (eng. *cybernetic*), nego po Vinerovom estimatoru.

Sredinom dvadesetog veka, Rudolf Emil Kalman (1930-2016) uveo je koncept varijable stanja i redefinisao Vinerov problem optimalne filtracije preko konačno-dimenzionog modela signala u prostoru stanja, čime je znatno pojednostavio matematičko izvođenje, a dobijeno rešenje

nazvano je Kalmanov filter, [161, 162]. Rudolf Kalman je rođen u Budimpešti, ali je njegova porodica tokom Drugog svetskog rata emigrirala u SAD i nastanila se u gradu *Youngstown*, država Ohajo, 1944. godine, gde je Rudolf završio *Youngstown College*. Nakon toga, upisao je studije elektrotehnike na prestižnom univerzitetu MIT, gde je diplomirao 1953. godine i magistrirao 1954. godine. Mentor njegovog magistarskog rada je bio *Ernst Adolph Guillemin*, a tema rada je bila analiza ponašanja rešenja diferencnih jednačina drugog reda. U svom radu, R. Kalman je otkrio da se ova rešenja znatno razlikuju od rešenja diferencijalnih jednačina drugog reda, te da pokazuju haotično ponašanje. Po diplomiranju, godinu dana je radio kao razvojni inženjer na projektovanju velikog analognog sistema upravljanja za kompaniju *E. J. DuPont*, nakon čega je 1955. godine dobio poziciju predavača i studente doktorskih studija iz oblasti elektrotehnike na Univerzitetu Kolumbija (*Columbia State University, New York*). U to doba, Kolumbija je bila vodeći univerzitet u oblasti teorije sistema automatskog upravljanja (eng. *control theory*) a najeminentniji naučnici i profesori na Univerzitetu su bili Džon Ragacini (*John R. Ragazzini*) i *Lotfi A. Zadeh* (*L. A. Zadeh* je poznat kao osnivač teorije rasplinutih (*fuzzy*) skupova i sistema). Kalman je doktorirao 1957. godine, nakon čega je godinu dana radio kao istraživač u razvojno-istraživačkoj laboratoriji kompanije *International Business Machines Corporation* u gradu *Poughkeepsie*, a narednih šest godina u istraživačkom centru *Research Institute for Advanced Studies* (*RIAS*) kompanije *Glenn I. Martin* u Baltimoru.

Još tokom studija na Univerzitetu MIT, 1953. godine, Kalman se zainteresovao za algebarsku prirodu matematičke teorije sistema i moguću vezu između ove dve discipline. Ideju je dobio dok je čitao rad o vremenski-diskretnim sistemima (*Sampled-data systems*), koji je godinu dana ranije objavio Ragacini. Kalman je uočio da postoji formalna analogija između vremenski-kontinualnih i vremenski-diskretnih sistema, iako rešenje linearnih diferencijalnih jednačina, kojima su reprezentovani kontinualni sistemi, ne može da konvergira ka nultom ravnotežnom stanju za konačno vreme, što nije slučaj sa linearnim diferencnim jednačinama koje opisuju diskretne sisteme. Takođe je uočio da se linearni diskretni sistemi, kao analogija sa linearnim kontinualnim sistemima, mogu rešavati transformacionim metodama. Naredne, 1954. godine, započeo je istraživanja koja su se odnosila na kontrolabilnost (*controllability*), što se u osnovi svodi na odgovor na pitanje „Da li postoji ulazna upravljačka funkcija koja će stanja sistema dovesti na nultu vrednost?“. Posebno je istraživao da li postoji algebarski uslov kontrolabilnosti, a rešenje je našao u formulaciji matrice kontrolabilnosti i određivanju njenog ranga. Dobijeni rezultat je predstavljao vezu između algebre i teorije sistema. Nešto kasnije, 1958. godine, Kalman je uveo koncept stanja i model linearnog vremenski-diskretnog sistema u formulacju Vinerovog problema optimalne filtracije, čime je dobio znatno jednostavnije matematičko rešenje problema, poznato u literaturi kao Kalmanov filter. Pre nego što je objavio ovaj rezultat u naučnom časopisu, Kalman ga je prikazao kroz niz predavanja na univerzitetima i istraživačkim centrima. Inače, rad je objavio u časopisu namenjenom inženjerima mehanike i mašinstva, a ne elektrotehnike, smatrajući da nove ideje izazivaju podozrenje i sumnje, tako da njihovo plasiranje zahteva osmišljen pristup, korak po korak. Sledeći rad posvećen kontinualnoj verziji svog filtra poslao je u elektrotehnički časopis, ali je prvi put rad bio odbijen, pošto je jedan od recenzenata ukazao da je matematičko izvođenje možda pogrešno, što se pokazalo tačnim. Nakon publikovanja rada, Kalmanov filter je prihvaćen kao nastavni materijal na redovnim studijama elektrotehnike mnogih univerziteta u svetu, s obzirom da je nivo potrebnog

matematičkog predznanja odgovarao kursevima matematike na studijama elektrotehnike. Takođe, Kalmanov rad je inspirisao mnoge doktorske disertacije narednih decenija i još uvek izaziva veliko interesovanje naučnika i istraživača.

Kalmanov filter je prvi put implementiran 1960. godine u okviru programa *Apollo,* koji je imao za cilj slanje letelice, sa posadom, na Mesec i njen povratak na Zemlju. Iako je Kalmanov filter primarno projektovan za rešavanje problema optimalne linearne estimacije, *Stanley F. Schmidt* je primenio Kalmanov filter za estimaciju trajektorije i upravljanje letelicom u realnom vremenu, koristeći nelinearni model u prostoru stanja. Ovo rešenje je kasnije u literaturi nazvano „Prošireni Kalmanov filter" (eng *Extended Kalman filter- EKF*). Naredne, 1961. godine, po preporuci Šmita, *Richard H. Battin* iz istraživačkog centra MIT *Instrumentation Laboratory,* nazvanog kasnije *Charles Stark Draper Laboratory,* iskoristio je model u prostoru stanja da projektuje i implementira astronautički sistem vođenja (*Astronautic Guidance System*), tako da je Kalmanov filter postao deo računarskog sistema za vođenje rakete *Apollo* (*Apollo On-board Guidance*). Konačno, sredinom šezdesetih godina prošlog veka, opet pod uticajem Šmita, Kalmanov filter je postao deo navigacionog sistema transportnog aviona (*Northrup – built navigation system for the C5A air transport*), koji je realizovan u kompaniji *Lockheed Aircraft*. Kalmanovim filtrom je rešen problem fuzije podataka sa različitih senzora, kao što su kombinovani podaci sa radarskih i inercijalnih senzora, u cilju estimacije trajektorije letelice, kao i problem odbacivanja merenja koja sadrže velike greške (anomalna merenja). Problem odbacivanja merenja nekonzistentnih sa većinom ostalih podataka rezultovao je kasnije u razvoj statističke teorije robusne estimacije. Danas je Kalmanov filter neizbežan deo bilo kog sistema za praćenje, vođenje i upravljanje pokretnim objektima.

Pored problema kontrolabilnosti, Kalman se šezdesetih godina prošlog veka bavio i dualnim (simetričnim) problemom opservabilnosti dinamičkih sistema, u smislu rekonstrukcije nemerljivih stanja na osnovu raspoloživih merenja. Pokazao je da postoje algebarska dualna (simetrična) rešenja sa kontrolabilnošću, u formi matrice opservabilnosti, koja se može dobiti iz matrice kontrolabilnosti zamenom odgovarajućih parametara u modelu stanja. Na taj način se jedan problem može transformisati u drugi i obrnuto. Konačno, radeći u RIAS-u, Kalman je sreo *Richard S. Bucy*-a, koji je ukazao da Viner-Hopfova jednačina i Vinerov filter predstavljaju ekvivalent Rikatijeve (*Jacopo Riccati*) jednačine u Kalmanovom filtru, pod uslovom da se pretpostavi konačno dimenzioni model u prostoru stanja. Time je ukazao na generalnu prirodu veze između integralnih i diferencijalnih jednačina, što do tada nije uočeno. Pored toga, njih dvojica su dokazali da jednačina Rikatija može da ima stabilno ravnotežno stanje čak i u slučaju da je sam dinamički sistem nestabilan, ali pod uslovom da je sistem kontrolabilan i opservabilan. Ovaj rezultat je vrlo značajan sa stanovišta proučavanja praćenja pokretnih objekata. Konačno, oko 1962. godine, Kalman je počeo da radi na teoriji realizacije (*realization theory*), u cilju određivanja modela sistema kojim se može objasniti njegovo ponašanje sa stanovišta ulazno-izlaznih karakteristika. Istraživanje je rezultovalo u princip jedinstvenosti (*uniqueness principle*), u smislu postojanja jedinstvenog preslikavanja egzaktnih ulazno-izlaznih podatka, bez prisustva šuma, u adekvatan linearni model sistema.

Široka prihvaćenost Kalmanovog filtra u obrazovnim, naučnim i tehničko-tehnološkim krugovima nije prošla bez dodatnih problema prilikom implementacije filtra. Jedan od osnovnih uslova za uspešnu implementaciju Kalmanovog filtra predstavlja adekvatan model u prostoru