PREDGOVOR

Senzori i mjerenja –zbirka riješenih problema– je namijenjena studentima i inženjerima elektrotehničkog i ostalih tehničkih fakulteta. Napisana je i koncipirana da obuhvati veliki broj problema vezanih za mjerenje procesnih tj. fizičkih veličina električnim putem, kao i obradu dobijenih rezultata mjerenja.
Sadržaj knjige je organizovan u devet poglavlja. U prvom poglavlju su obrađeni problem vezani za mjerenja, obradu mjernih rezultata i pouzdanost.
U drugom poglavlju su urađeni problemi vezani za određivanje statičkih i dinamičkih karakteristika senzora.
U treće poglavlje urađeni su problemi iz obrade signala primjenom kola sa operacionim pojačavačima.
U četvrtom poglavlju urađeni su problemi vezani za mjerenje pomjeraja, rastojanja i brzine sa odgovarajućim senzorima.
U petom poglavlju urađeni su problemi vezani za mjerenje sile, momenta sile i pritiska.
U šestom poglavlju urađeni su problemi iz oblasti mjerenje nivoa i protoka.
U sedmom poglavlju su primjeri riješenih problema vezani za mjerenje temperature.
U osmom poglavlju su primjeri riješenih problema vezani za analogno digitalnu i digitalno analognu konverziju signala za upotrebu u digitalnim senzorima.
U devetom poglavlju su primjeri riješenih problema iz oblasti posebne primjene senzora.

Ova zbirka riješenih problema napisana sa namjerom da približi problematiku senzora i mjerenja studentima i inženjerima na tehničkim fakultetima.

Istočno Sarajevo, 2019. godine *Autori*

SADRŽAJ

1.	Mjerenja, obrada mjernih rezultata i pouzdanost	1
2.	Statičke i dinamičke karakteristike senzora	25
3.	Obrada signala	44
4.	Senzori pomjeraja, rastojanja i brzine	63
5.	Senzori sile, momenta i pritiska	86
6.	Senzori nivoa i protoka	114
7.	Senzori temperature	128
8.	Digitalni senzori	146
9.	Ostale primjene senzora	162
10.	Literatura	173
11.	Prilog A	175
12.	Prilog B	176

1. MJERENJA, OBRADA MJERNIH REZULTATA I POUZDANOST

P 1.1. Tahogeneratorom je mjeren broj obrtaja neoptrećenog sinhronog elektromotora,deklarisanim nazivnim brojem obrtaja od 1000 obr/min. U vremenskom periodu od jedne minute izvršeno je deset mjerenja, a rezultati mjerenja su prikazani u sljedećoj tabeli.

Br.mj.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω[obr/min]	1050	950	980	1000	990	1040	1020	1030	960	980

odrediti standardnoodstupanje i prokomentarisati dobijeni rezultat.

Rješenje:

Srednja vrijednost mjerene veličine se izračunava kao $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ gdje je n broj mjerenja, y_i rezultat i-tog mjerenja. U ovom slučaju, srednja vrijednost ugaone brzine obrtanja je:

$$\bar{\omega} = \frac{1050+950+980+1000+990+1040+1020+1030+960+980}{10} = 1000\,\frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

Ovaj tahogenerator ima apsolutnu grešku jednaku nuli što pokazuje dobijeni rezultat za srednju vrijednost mjerene veličine. Međutim rasutost dobijenih rezultata mjerenja ukazuje na djelovanje slučajnih faktora i da bi slučajna greška mogla biti velika što se utvrđuje na osnovu standardnog odstupanja. Standardnoodstupanje pojedinih mjerenja, računa se prema sljedećoj jednačini:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2}$$

$$\sigma_\omega = \sqrt{\frac{1}{9}\left[2(50)^2 + 2(40)^2 + (30)^2 + 2(20)^2 + (10)^2\right]} = 58,86\,\frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

na osnovu dobijenog rezultata se potvrđuje da ovaj tahogenerator ima veliko rasipanje rezultata mjerenja.

P 1.2. Tahogeneratorom je mjeren broj obrtaja neoptrećenog sinhronog elektromotora, sa deklarisanim nazivnim brojemobrtaja od 1000 obr/min. Rezultati mjerenja su prikazani tabelarno.

Br.mj.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω obr/min	972	969	970	970	971	968	967	971	972	970

odrediti standardno odstupanje i komentarisati dobijeni rezultat.

Rješenje:

Srednja vrijednost ugaone brzine obrtanja je

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \Rightarrow \omega = 970\,\frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

ovaj tahogenerator ima srednju vrijednost manju od nazivnog broja obrtaja za $30\ \text{obr/min}$, što je posljedica sistemske greške. Potrebno je odrediti standardnoodstupanjei procijeniti slučajnu grešku.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2} \Rightarrow \sigma_\omega = 1,56\ \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

na osnovu dobijenog rezultata se potvrđuje da ovaj tahogenerator ima malorasipanje rezultata mjerenja, pa se ova greška može zanemariti.

P 1.3. Voltmetrom je mjeren izlazni napon stabilisane napojne jedinice, rezultati mjerenja su prikazani tabelarno. Odrediti apsolutnu, relativnu grešku mjerenja i standardno odstupanje rezultata mjerenja.

Br.mj.	1	2	3	4	5	6	7	8
U V	12,05	12,11	11,98	12,08	11,97	12,06	12,10	11,97

Rješenje:

Srednja vrijednost izmjerenog napona je $\bar{U} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i = 12,04\,\text{V}$ tako da jeapsolutna greška $\Delta y_i = y_i - \bar{y}$, $i = \overline{1,n}$ dok jerelativna greška mjerenja definisana $\delta y_i = \frac{|\Delta y_i|}{\bar{y}}$, $i = \overline{1,n}$ odnosno izražena u procentima $\delta y_i = \frac{|\Delta y_i|}{\bar{y}} \cdot 100\%$, $i = \overline{1,n}$. Dobijeni rezultati su prikazani u sledećoj tabeli.

Br.mj.	1	2	3	4	5	6	7	8
U_i V	12,05	12,11	11,98	12,08	11,97	12,06	12,10	11,97
$\bar{U}$	12,04	12,04	12,04	12,04	12,04	12,04	12,04	12,04
ΔU_i	0,01	0,07	–0,06	0,04	–0,07	0,02	0,06	–0,07
δU_i %	0,08	0,58	0,5	0,33	0,58	0,17	0,5	0,58

P 1.4. Optičkim pirometrom je izvršeno mjerenje temperature transformatoravremenskim intervalima od po 5 minuta, ukupno je napravljeno trideset jednomjerenje, rezultati mjerenja prikazani su u tabeli. Odrediti standardno odstupanje i rasipanje rezultata mjerenja.

T °C	96	97	98	100	102	103
Frekvencija ponavljanja rezultata	1	3	5	11	10	1

Rješenje:

Srednja vrijednost izmjerene temperature je $\overline{T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i = 100\ °\text{C}$, gdje je n ukupan broj napravljenih mjerenja, n=31 i standardno odstupanje

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(T_i - \overline{T}\right)^2} = 1{,}932\,°\text{C}.$$

Standardno odstupanje srednje vrijednosti $C = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{n}} = 0{,}347\,°\text{C}$ koja zavisi od broja mjerenja, tako da je za pouzdanije mjerne rezultate potrebnouzeti da je $n \geq 30$.

P 1.5. Mikroommetrom je mjerena otpornost senzora (rezultati mjerenja su dati u tabeli) i vršeno poređenje sa etalonskom otpornošću od 100 μΩ, klase tačnosti 0,1%. od pune skale mjernog instrumenta 999,9 μΩ i konačne rezolucije digitalnog instrumenta a=0,05. Odrediti standardnu mjernu nesigurnost tipa A i tipa B pojedinačnih rezultata zatim ukupnu mjernu nesigurnost, nesigurnost klase tačnosti i proširenu mjernu nesigurnost.

Br.mj.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R μΩ	100,1	100,0	100,1	100,2	100,2	100,2	100,1	100,1	100,1	100,1

Rješenje:

Srednja vrijednost se računa prema sledećem obrascu: $\overline{X}_s = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, gdje je n broj mjerenja, x_i rezultat i-tog mjerenja. U ovom slučaju, srednja vrijednost dobijenih rezultata je:

$$\overline{X}_s = \frac{1001,2}{10} = 100,12 \text{ ili } \overline{X}_s \approx 100.1 \ \mu\Omega$$

Standardna odstupanje pojedinih rezultata, računa se prema sledećoj jednačini:

$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}_s\right)^2}{n-1}} \approx 0,0667\,\mu\Omega$. Srednja vrijednost X_S ima svoje standardno odstupanje S_{X_s} koje se naziva standardno odstupanje srednje vrijednosti. Mjerna nesigurnost tipa A je definsana kao

$$U_{A_{X_s}} = S_{X_s} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}_s\right)^2}{n\cdot(n-1)}} = \frac{0,0667}{3,1623} = 0,021\,\mu\Omega$$

Mjerna nesigurnost tipa A se određuje kada se raspolaže sa nizom od n međusobno različitih rezultata ponovljenih mjerenja. Za dovoljno veliko n (preporučuje se $n > 10$) srednja vrijednost i njeno standardno odstupanje ispunjava uslove centralne granične teoreme, što znači da joj se pridružuje Gausova raspodjela.

Standardna nesigurnost tipa B. Otpornost je mjerena mikroommetrom sa digitalnim ispisom. Na displeju mikroometra očitava se vrijednost mjerene veličine prikazane brojem od N cifri. Stvarna vrijednost mjerene veličine, pri tome, ima neku vrijednost koja sa podjednakom vjerovatnoćom može biti u intervalu definisanom sa *N-1/2* do *N+1/2*, ½ cifre najmanje težine.

Sve vrijednosti unutar navedenog intervala podjednako su vjerovatne, pa se nesigurnosti usljed konačne rezolucije digitalnih instrumenata pridružuje pravougaona raspodjela, čije je standardno odstupanje računa kao $S = \frac{a}{\sqrt{3}}$, odnosno $U_B = u_d = S = \frac{a}{\sqrt{3}}$. U ovom slučaju je a=0,05 jer je maksimalni prikaz displeja 999,9 pa je standardna nesigurnost tipa B jednaka $U_B = \frac{0,05}{1,732} \approx 0,029\,\mu\Omega$.