Антоније Р. Ђорђевић

# ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

## 4. део

## Кола променљивих струја

Академска мисао
Универзитет у Београду
Електротехнички факултет
Београд, 2016.

Антоније Р. Ђорђевић

**ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

**4. део**

Кола променљивих струја

Шесто издање

Рецензенти

мр Градимир Божиловић

др Владимир Петровић

др Дејан Тошић

Издаје и штампа

АКАДЕМСКА МИСАО

Београд

Дизајн корица

др Милица Ђурић-Јовичић

Тираж 300 примерака

ISBN 978-86-7466-631-9

НАПОМЕНА: Фотокопирање или умножавање на било који начин или поновно објављивање ове књиге у целини или у деловима није дозвољено без претходне изричите сагласности и писменог одобрења издавача.

# Предговор

Овај уџбеник је произашао из материјала за предавања из предмета Основи електротехнике која је аутор држао на Електротехничком факултету Универзитета у Београду од школске 1987/88. године до 2002/03. године, као и из предмета Основи електротехнике 1 и 2 и Практикум из Основа електротехнике 1 и 2, произашлих из Основа електротехнике, које држи од школске 2003/04. године. Те, нове, предмете је аутор оформио сагласно актуелним потребама наставе из ове области на Електротехничком факултету у Београду. Предмети су конципирани тако да, на савремен начин, обрађују материју која је неопходан основ за велики број предмета на старијим годинама на свим одсецима.

Предмет Основи електротехнике има на Електротехничком факултету у Београду традицију дугу пола века. Првобитни курс предмета је креирао професор Миодраг Ранојевић. Ревидиран и модернизован курс је на Електротехнички факултет у Београду увео академик професор др Јован Суратка, паралелно са сличним курсом који је на Факултет техничких наука у Новом Саду увео академик професор др Бранко Поповић.

Градиво предмета Основа електротехнике 1 и 2, као и одговарајућих практикума, подељено је у четири области: електростатичка поља, кола сталних струја, магнетска поља (стална и променљива) и променљиве електричне струје. Сходно томе је и уџбеник „Основи електротехнике“ подељен у четири одговарајућа дела. Четврти део излази пре осталих делова због нарасле потребе да се студентима прве године Електротехничког факултета у Београду, који слушају предмете Основи електротехнике 2 и Практикум из Основа електротехнике 2, што пре обезбеди уџбеник који у потпуности одговара предавањима из области променљивих струја. Та су предавања до сада највише одступала од постојеће литературе.

Осим градива које се предаје у оквиру предмета Основи електротехнике 2, овај уџбеник садржи додатни материјал са доказима неких теорема и матричним формама једначина. Додатни материјал је означен испрекиданим линијама на левој и десној маргини, а може се изоставити при читању без губитка континуитета. Део тога материјала се обрађује у предмету Практикум из Основа електротехнике 2.

Аутор се посебно захваљује свом дугогодишњем сараднику и прегаоцу на предмету, мр инж. Градимиру Божиловићу, на великој помоћи и подршци током израде овог уџбеника. Аутор се такође захваљује својим блиским сарадницима, ванредном професору др инж. Владимиру Петровићу, доценту др инж. Дејану Тошићу и асистенту-приправнику мр инж. Драгану Олћану, на корисним сугестијама и примедбама, као и студентима, Милици Ђурић и Немањи Огњановићу, који су помогли у припреми и техничкој обради рукописа.

Београд, новембра 2005. Аутор

# Предговор другом издању

У овом издању су исправљене уочене грешке. Аутор се захваљује професору др Миомиру Костићу и студенту Немањи Милошевићу што су указали на неке од тих грешака.

Београд, априла 2007. Аутор

# Предговор четвртом издању

У овом издању су исправљене уочене грешке. Аутор се захваљује асистенту Слободану Савићу који је детаљно прочитао уџбеник и указао на неке од тих грешака.

Београд, маја 2011. Аутор

# Садржај

Страна
4. Кола промењљивих струја ... 1
4.1. Увод ... 1
4.2. Простопериодичне величине ... 3
4.3. Поређење простопериодичних величина ... 7
4.4. Средња и ефективна вредност ... 9
4.5. Елементи кола у периодичном режиму ... 11
Идеални напонски генератор ... 12
Идеални струјни генератор ... 12
Отпорник ... 13
Калем ... 15
Кондензатор ... 18
4.6. Анализа кола у простопериодичном режиму ... 21
4.7. Фазори ... 24
Обртни вектори ... 24
Заустављени обртни вектори ... 26
Фазорски дијаграми ... 27
Резиме фазора ... 29
Редна веза отпорника и калема ... 30
Редна веза отпорника и кондензатора ... 32
Редна веза отпорника, калема и кондензатора ... 33
Паралелна веза отпорника и калема ... 34
Паралелна веза отпорника и кондензатора ... 35
Паралелна веза отпорника, калема и кондензатора ... 36
Фазорски дијаграми за сложена кола ... 37
4.8. Комплексни рачун ... 39
Комплексни бројеви ... 39
Представљање фазора комплексним бројевима ... 42
Комплексни представници простопериодичних величина ... 44
Анализа кола у комплексном домену ... 44
Комплексна импеданса и адмитанса ... 46
Резиме комплексног рачуна ... 48
4.9. Трансфигурације мрежа пасивних елемената ... 49
4.9.1. Редна веза пасивних елемената ... 50
Редна веза два произвољна пријемника ... 51
Редна веза више пријемника ... 51
Еквивалентна капацитивност редне везе кондензатора ... 52
4.9.2. Паралелна веза пасивних елемената ... 53
Паралелна веза два произвољна пријемника ... 53
Паралелна веза више пријемника ... 53

Еквивалентна капацитивност паралелне везе кондензатора ... 54
4.9.3. Мешовита веза пасивних елемената ... 54
4.9.4. Резистанса, реактанса, кондуктанса и сусцептанса ... 55
4.9.5. Еквиваленција звезде и троугла пасивних елемената ... 58
4.10. Снаге у простопериодичном режиму ... 62
Тренутна и средња снага пријемника ... 62
Привидна снага пријемника ... 63
Фактор снаге пријемника ... 64
Реактивна снага пријемника ... 64
Фактор реактивности пријемника ... 65
Комплексна снага пријемника ... 66
Снаге генератора ... 67
Ватметар ... 67
4.11. Решавање сложених кола у комплексном домену ... 68
4.11.1. Кирхофови закони ... 68
Први Кирхофов закон ... 68
Други Кирхофов закон ... 68
Избор контура ... 69
Одређивање напона између две тачке ... 69
Табло систем једначина ... 70
Редуковани систем једначина ... 72
4.11.2. Метод контурних струја ... 74
4.11.3. Метод потенцијала чворова ... 77
4.12. Теореме кола у простопериодичном режиму ... 82
4.12.1. Теореме линеарности ... 82
4.12.2. Теореме компензације ... 84
4.12.3. Тевененова и Нортонова теорема ... 88
4.12.4. Теореме реципроцитета ... 93
Импедансни и адмитансни параметри ... 97
4.12.5. Теореме одржања снаге ... 102
4.12.6. Прилагођење по снази ... 104
4.12.7. Поправка фактора снаге ... 108
4.13. Кола са спрегнутим калемовима ... 112
4.14. Трофазна кола ... 122
Монофазни и полифазни елементи ... 122
Трофазни елементи ... 122
Симетричан, директан и инверзан систем ... 126
Анализа трофазних кола ... 134
Снаге трофазних генератора и пријемника ... 136
Предности трофазног система над монофазним ... 138
4.15. Обртно магнетско поље ... 140
Генерисање обртног магнетског поља електромагнетима ... 142
4.16. Фреквенцијске карактеристике ... 145
Отпорник, калем и кондензатор ... 146
Редна и паралелна веза отпорника и једног реактивног елемента ... 148
Изражавање количника у децибелима ... 152
Осцилаторна кола ... 154
Понашање реалних елемената при високим учестаностима ... 158
4.17. Прелазни режими ... 160

Прикључивање редне везе отпорника и калема на генератор сталне побуде ..... 161
Гашење струје калема ..... 164
Прикључивање редне везе отпорника и кондензатора на генератор сталне побуде ..... 166
Растерећивање кондензатора ..... 167
Други примери кола првог реда са константном побудом ..... 169
Прикључивање редне везе отпорника и калема на генератор простопериодичне побуде ..... 171
Литература ..... 174

# 4. Кола променљивих струја

## 4.1. Увод

У техничкој пракси су кола променљивих струја много заступљенија од кола сталних (стационарних) струја. У колима променљивих струја, као што им име каже, струје и напони се мењају у функцији времена. Те промене могу бити различите.

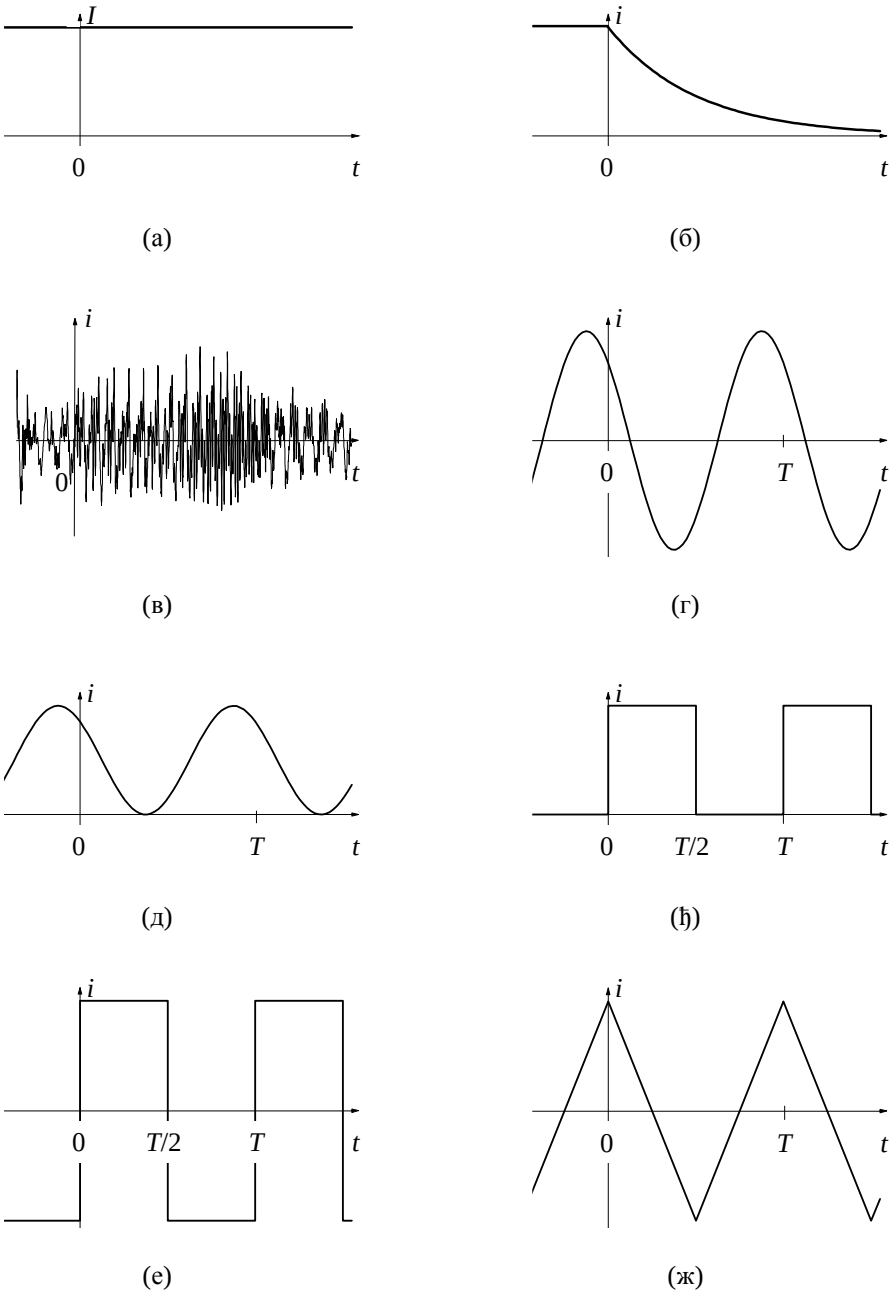
Неки примери функција времена дати су на слици 4.1. На тој слици су приказане само струје, али се аналогне слике могу нацртати за напоне, као и друге величине које се посматрају у колу. Струја са слике 4.1а је стална, односно не зависи од времена. Струја са слике 4.1б је стална до тренутка $t = 0$, а онда експоненцијално опада. Струја са слике 4.1в одговара сигналу[1] говора. Струја са слике 4.1г је синусоидална (синусна) функција времена. Струја са слике 4.1д је збир константне и синусоидалне компоненте. Струја са слике 4.1ђ је униполарна поворка правоугаоних импулса, а струја са слике 4.1е је биполарна поворка. Струја са слике 4.1ж је биполарна поворка троугаоних импулса.

Постоје различите класификације ових функција.

Струја приказана на слици 4.1а је **стална** (стационарна), а све остале су **променљиве**. Према стандардима, стална величина се означава великим словом (*I*), а променљива малим словом (*i*).

Променљиве струје се могу поделити на **апериодичне** (слике 4.1б и 4.1в) и **периодичне** (слике 4.1г–ж). Према математичкој дефиницији, периодичне функције времена су оне функције за које постоји позитивна величина *T* таква да за свако *t* важи $f(t+T) = f(t)$. Најмања величина $T$ назива се (основним) **периодом** периодичне функције $f(t)$. Функције које нису периодичне, називају се апериодичним.

[1] Напоне и струје који су функције времена, зваћемо једним именом: сигнали.




Слика 4.1. Примери струја у функцији времена.

**Једносмерне** струје **у ширем смислу** имају увек исти смер, односно тренутни алгебарски интензитети[2] им никада не мењају знак (струје приказане на сликама 4.1а,

[2] Јачина струје је усмерена скаларна величина, која је одређена алгебарским интензитетом у односу на усвојени референтни смер.