Антоније Р. Ђорђевић

ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

3. део

Електромагнетизам

Академска мисао
Универзитет у Београду
Електротехнички факултет
Београд, 2016.

Антоније Р. Ђорђевић

ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ

3. део

Електромагнетизам

Пето издање

Рецензенти

мр Градимир Божиловић

др Бранко Колунџија

др Владимир Петровић

Издаје и штампа

АКАДЕМСКА МИСАО

Београд

Дизајн корица

др Милица Ђурић-Јовичић

Тираж 300 примерака

ISBN 978-86-7466-630-2

НАПОМЕНА: Фотокопирање или умножавање на било који начин или поновно објављивање ове књиге у целини или у деловима није дозвољено без претходне изричите сагласности и писменог одобрења издавача.

Предговор

Овај уџбеник је произашао из материјала за предавања из предмета Основи електротехнике која је аутор држао на Електротехничком факултету Универзитета у Београду од школске 1987/88. године до 2002/03. године, као и из предмета Основи електротехнике 1 и 2 и Практикум из Основа електротехнике 1 и 2, произашлих из Основа електротехнике, које држи од школске 2003/04. године. Те, нове, предмете је аутор оформио сагласно актуелним потребама наставе из ове области на Електротехничком факултету у Београду. Предмети су конципирани тако да на савремен начин обрађују материју која је неопходан основ за предмете електротехничког садржаја на старијим годинама на свим одсецима Факултета.

Предмет Основи електротехнике има на Електротехничком факултету у Београду традицију дугу пола века. Првобитни курс предмета је креирао професор Миодраг Ранојевић. Ревидиран и модернизован курс је на Електротехнички факултет у Београду увео академик професор др Јован Суратка, паралелно са сличним курсом који је на Факултет техничких наука у Новом Саду увео академик професор др Бранко Поповић.

Градиво предмета Основа електротехнике 1 и 2, као и одговарајућих практикума, подељено је у четири области: електростатичка поља, поља и кола сталних струја, магнетска поља (стална и променљива) и променљиве електричне струје.

Сходно томе је и уџбеник „Основи електротехнике“ подељен у четири одговарајућа дела. По редоследу издавања, Електромагнетизам излази као четврти део, после Кола променљивих струја, Сталних струја и Електростатике.

Осим градива које се предаје у оквиру предмета Основи електротехнике 2, овај уџбеник садржи додатни материјал који је означен испрекиданим линијама на левој и десној маргини, а који се може изоставити при читању без губитка континуитета. Део тога материјала се обрађује у предмету Практикум из Основа електротехнике 2. Означени материјал омогућава заинтересованом читаоцу проширивање знања из одговарајућих области.

Аутор се посебно захваљује свом дугогодишњем сараднику и прегаоцу на предмету Основи електротехнике, мр инж. Градимиру Божиловићу, на великој помоћи и подршци током израде овог уџбеника. Аутор се такође захваљује својим блиским сарадницима, професору др инж. Бранку Колунџији, ванредном професору др инж. Владимиру Петровићу, доценту др инж. Дејану Тошићу и асистенту-приправнику мр инж. Драгану Олћану, на корисним сугестијама и примедбама, као и студентима Милици Ђурић и Немањи Огњановићу, који су помогли у припреми и техничкој обради рукописа.

Београд, априла 2006. Аутор

Предговор трећем издању

У овом издању су исправљене уочене грешке. Аутор се захваљује асистенту Слободану Савићу који је детаљно прочитао уџбеник и указао на неке од тих грешака.

Београд, маја 2011. Аутор

Садржај

Страна
3. Електромагнетизам 1
3.1. Увод 1
3.2. Стално магнетско поље у вакууму 3
3.2.1. Наелектрисања у покрету 3
3.2.2. Струјни елемент 11
3.2.3. Био-Саваров закон 13
3.2.4. Струјна контура у магнетском пољу 25
3.2.5. Магнетски флукс 31
Закон конзервације магнетског флукса 31
3.2.6. Амперов закон 36
3.3. Магнетско поље у присуству материјала 50
3.3.1. Магнетисање материјала и вектор магнетизације 50
3.3.2. Амперове струје 55
3.3.3. Уопштени Амперов закон 60
Карактеристике магнетисања феромагнетских материјала 63
Гранични услови 66
3.3.4. Анализа поља у системима са феромагнетским материјалима 70
3.4. Једначине сталних електромагнетских поља 85
3.5. Променљиво електрично и магнетско поље 88
3.5.1. Увод 88
3.5.2. Електромагнетска индукција 90
3.5.3. Вихорне струје 109
3.5.4. Индуктивности 112
Међусобне индуктивности 112
Сопствена индуктивност 118
Једначина протока 128
Еквивалентна шема спрегнутих калемова 130
Трансформатор 136
3.6. Енергија магнетског поља и рад магнетских сила 139
3.6.1. Одређивање индуктивности преко енергије 146
3.6.2. Одређивање магнетских сила преко енергије 148
3.7. Максвелове једначине 155
3.8. Кретање наелектрисане честице у електричном и магнетском пољу 158
Кретање наелектрисане честице у електричном пољу 160
Кретање наелектрисане честице у магнетском пољу 163
Кретање наелектрисане честице у укрштеном електричном и магнетском пољу 165
Холов ефекат 166
Литература 169

3. Електромагнетизам

3.1. Увод

У електростатици смо анализирали поље наелектрисања која су макроскопски непокретна у односу на посматрача. Такво поље не зависи од времена. Електрично поље се констатује и мери само на основу силе која делује на друга наелектрисања (на основу пондеромоторног својства поља). Стога смо дефинисали вектор јачине електричног поља (**E**) полазећи од електричне силе и Кулоновог закона који описује ту силу. Потом смо посматрали организовано кретање наелектрисања у проводницима (електричну струју). Анализирали смо струју која настаје под дејством електричног поља вишка наелектрисања, за које смо такође сматрали да не зависи од времена.

Међутим, када се наелектрисања макроскопски крећу у односу на посматрача (на пример, када постоји струја у проводницима), у околини тих наелектрисања физичко стање је другачије него када су наелектрисања непокретна. Та измена физичког стања назива се магнетским пољем[1]. Основно својство магнетског поља је да на свако наелектрисање које се креће у том пољу делује сила, која се назива магнетском силом. Као и код електричног поља, основно својство магнетског поља је пондеромоторно. Разлика је у томе што електрична сила делује и на непокретна наелектрисања, и на наелектрисања која се крећу, док магнетска сила делује само на наелектрисања у покрету.

Технички, најважнији случај наелектрисања у покрету су струје у проводницима. Свака струја је праћена магнетским пољем, а на сваки проводник са струјом који се

[1] Сем овакве констатације, на данашњем нивоу знања нисмо у могућности да пружимо подробнија објашњења о суштини те физичке појаве, мада смо у стању да ту појаву математички опишемо једначинама.

налази у магнетском пољу, делује магнетска сила[2]. Ако посматрамо два проводника у којима постоји струја и ако је вишак наелектрисања на проводницима мали (тј. ако је у свакој физички малој запремини проводника наелектрисање електрона практично потпуно компензовано наелектрисањем протона), онда у систему доминирају магнетске силе.

Магнетско поље стварају и електрони који се крећу у вакууму, али је дејство тога поља обично маскирано дејством јаког електричног поља које постоји стога што наелектрисање електрона није компензовано одговарајућим позитивним наелектрисањем. Међутим, ако се електрони крећу у магнетском пољу (на пример, у магнетском пољу сталног магнета или у магнетском пољу намотаја са струјом), на њих делују магнетске силе, које имају видљиве ефекте. Ти ефекти имају и техничке примене[3].

Најзад, магнетска својства феромагнетских материјала (као што је гвожђе) потичу од микроскопских струја у оквиру молекула и група молекула. Од тих струја потиче магнетско поље оваквих материјала (на пример, поље сталних магнета), а захваљујући тим струјама настају јаке силе на тела од феромагнетских материјала када се нађу у магнетском пољу (на пример, силе које делују на магнетску иглу када се нађе близу сталног магнета или близу проводника са струјом).

Први део Електромагнетизма посвећен је проучавању магнетског поља сталних струја, најпре у вакууму, а затим и у присуству феромагнетских материјала. Анализа полази од сила које делују на два тачкаста наелектрисања у покрету, односно од модификације Кулоновог закона узимајући у обзир релативност кретања.

Магнетско поље сталних струја је непроменљиво у времену. Када су струје промењљиве, мења се и њихово магнетско поље. Те промене су повезане са појавом електромагнетске индукције (са појавом индуковане електромоторне силе, односно индукованог електричног поља). Електромагнетска индукција настаје и ако се посматрач креће у односу на извор магнетског поља. Те појаве наглашавају у још већој мери релативност кретања као битно полазиште у разумевању електричног и магнетског поља и указују на то да су електрично и магнетско поље само две различите појавне стране јединственог електромагнетског поља[4].

Други део Електромагнетизма бави се електромагнетском индукцијом, полазећи од Фарадејевог закона. Излагање је прилагођено потребама електротехничке струке, тако да ћемо разматрати и калемове (усамљене и спрегнуте), вихорне струје и друге појаве од практичног значаја. На крају анализе електромагнетских поља доћи ћемо до Максвелових једначина у интегралном облику.

Магнетско поље и ефекти повезани са њим су од велике важности за практично све области електротехнике. На пример, електромагнети се примењују у конструкцији дизалица, возова на магнетском јастуку, релеја, актуатора у роботици, аутоматици и аутомобилској индустрији, електричних брава и електричног звонца. Осим тога,

[2] Јединица јачине струје (ампер) дефинише се на основу магнетске силе која делује на дугачак прав проводник са струјом када се налази у вакууму у магнетском пољу другог, паралелно постављеног проводника са струјом.

[3] На пример, електронски млаз у катодним цевима рачунарских монитора и телевизијских пријемника скреће се магнетским пољем, а дејство магнетског поља на електроне је битно за рад магнетрона – снажних микроталасних генератора.

[4] Према схватању савремене физике, постоје четири основне силе: електромагнетска, јака нуклеарна сила, слаба нуклеарна сила и гравитациона сила.

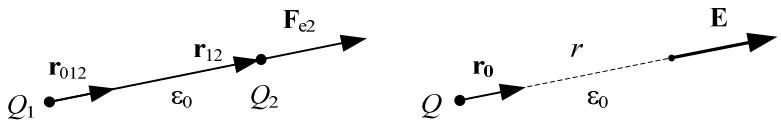
употребљавају се у акцелераторима честица и катодним цевима. Стални магнети се примењују у неким моторима и генераторима, звучницима, магнетронима и неким микроталасним колима. Употребљавају се и као држачи и затварачи. Рачунарски дискови и магнетске картице се састоје од сићушних сталних магнета. Постоје интегрисана кола са магнетским меморијама велике густине паковања, која задржавају податке и по престанку напајања. Магнетско поље је од суштинске важности за електроенергетику јер се рад свих електричних машина (мотора, генератора и трансформатора) заснива на магнетским пољима и електромагнетској индукцији. Најзад, разматрање променљивих електромагнетских поља је увод у анализу електромагнетских таласа, на којима почивају телекомуникације (укључујући и пренос података у рачунарским мрежама), микроталасна техника, оптоелектроника и друге области електротехнике.

3.2. Стално магнетско поље у вакууму

3.2.1. Наелектрисања у покрету

Анализу електростатичког поља смо засновали на Кулоновом закону, који је резултат експеримената. Из Кулоновог закона смо извели основне законе електростатичког поља у вакууму: закон циркулације вектора $\mathbf{E}$, $\oint_C \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = 0$, где је C произвољна контура (затворена линија), и Гаусов закон, $\oint_S \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \frac{Q_{\mathrm{u}\,S}}{\varepsilon_0}$, где је S произвољна затворена површ, оријентисана, по договору, увек упоље, а $Q_{\mathrm{u}\,S}$ укупно наелектрисање обухваћено том површи.

Подсетимо се Кулоновог закона. Посматрамо два усамљена тачкаста наелектрисања у вакууму, Q_1 и Q_2, на међусобном растојању r (слика 3.1а). Електрична сила која делује на наелектрисање Q_2 је $\mathbf{F}_{\mathrm{e}2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\mathbf{r}_{012}$, где је $\varepsilon_0 = 8{,}8542\cdot 10^{-12}$ F/m пермитивност вакуума, $\mathbf{r}_{12}$ вектор положаја наелектрисања Q_2 у односу на Q_1, $r = |\mathbf{r}_{12}|$, а $\mathbf{r}_{012} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{r}$ јединични вектор (орт) вектора $\mathbf{r}_{12}$ (усмерен од наелектрисања Q_1 ка наелектрисању Q_2). Електрична сила која делује на наелектрисање Q_1 је $\mathbf{F}_{\mathrm{e}1} = -\mathbf{F}_{\mathrm{e}2}$, односно за силе у електростатици важи закон акције и реакције.



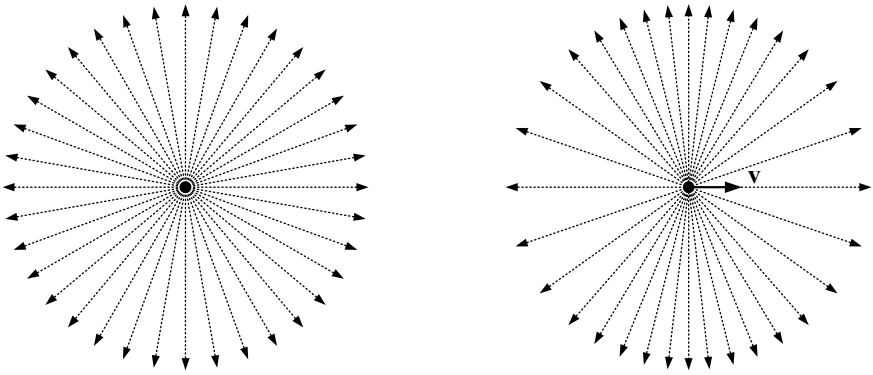
(а) (б)

Слика 3.1. (а) Два непокретна тачкаста наелектрисања у вакууму и (б) вектор јачине електричног поља једног тачкастог наелектрисања.

На основу Кулоновог закона и концепта пробног наелектрисања (Q_p) дефинисан је вектор јачине електричног поља, $\mathbf{E}=\dfrac{\mathbf{F}_\mathrm{e}}{Q_\mathrm{p}}$, где је $\mathbf{F}_\mathrm{e}$ електрична сила која делује на пробно наелектрисање. Пошто посматрамо електростатичке појаве, пробно наелектрисање је непокретно у односу на посматрача. Одавде је вектор јачине електричног поља усамљеног тачкастог наелектрисања Q (слика 3.1б) једнак $\mathbf{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}\mathbf{r}_0$, где је орт усмерен од тачкастог наелектрисања Q ка тачки у којој се рачуна поље. Електрично поље тачкастог наелектрисања у електростатици има сферну симетрију (слика 3.2а).

Математички, тачкасто наелектрисање представља извор електричног поља. У погледу стварања електричног поља, величина која описује тај извор је његово наелектрисање (тј. количина електрицитета) Q.

Ако се тачкасто наелектрисање Q налази у електричном пољу $\mathbf{E}$ које потиче од других наелектрисања у посматраном систему, онда је електрична сила на то наелектрисање једнака $\mathbf{F}_\mathrm{e}=Q\mathbf{E}$. Математички, величина која описује тачкасто наелектрисање у погледу дејства електричне силе је опет количина електрицитета Q.



(а) (б)

Слика 3.2. Линије електричног поља позитивног тачкастог наелектрисања које (а) мирује и (б) креће се брзином $|\mathbf{v}|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}c_0$.