Садржај

1. Увод 1
2. Формирање снопа и процена правца приспећа таласа 3
2.1. Увод 3
2.2. Одређивање правца приспећа таласа 3
2.3. Задатак: Одредити правац приспећа једног извора зрачења 5
2.4. Задатак: одредити правце приспећа два извора зрачења 6
3. Формирање снопа и добијање слике непознатог објекта 7
3.1. Увод 7
3.2. Приказ алгоритма 7
3.3. Задатак: локализација цилиндра 9
3.4. Задатак: испитивање утицаја учестаности на резолуцију слике 11
4. Теоријске основе инверзног расејања 13
4.1. Увод 13
4.2. Максвелове једначине 13
4.3. Теорема компензације 15
4.4. Примена теореме компензације у моделовању антена 16
4.5. Теорема реципроцитета 17
4.6. Примена теореме реципроцитета код пријемних антена 19
4.7. Запреминска теорема еквиваленције 22
4.8. Примена запреминске теореме еквиваленције у теорији расејања 24
5. Дијадичка Гринова матрица 25
5.1. Увод 25
5.2. Нумеричко одређивање елемената Гринове дијадичке матрице 26
5.3. Задатак: прорачун Гринове матрице у програму WIPL-D 27
5.4. Особине Гринове дијадичке матрице 29
5.5. Расејано поље и Гринова дијадичка матрица 30
6. Трансфер функција у теорији расејања 33
6.1. Увод 33
6.2. Диференцијални импедансни параметри 33
6.3. Диференцијални параметри расејања 35
6.4. Нумеричко решавање једначине расејања 39
7. Разлагање на сингуларне вредности (SVD) 42
7.1. Основни појмови 42

7.2. Разлагање матрице на сингуларне вредности 43
7.3. Особине разлагања матрице на сингуларне вредности 43
7.4. Разлагање вектора 44
7.5. Задатак: илустрација разлагања на сингуларне вредности 45
7.6. Решавање система линеарних једначина 49
7.7. Тихоновљева регуларизација 50
7.8. Скраћено разлагање на сингуларне вредности (TSVD) 51
7.9. Обрада ретких сигнала 51
8. Квалитативне технике расејања 52
8.1 Увод 52
8.2. Формирање снопа у произвољној средини 52
8.3. Задатак: локализација закопаног објекта 53
8.4. Систем линеарних једначина 55
8.5. Скраћено разлагање на сингуларне вредности 56
8.6. Тихоновљева регуларизација 56
8.7. Пример: одређивање локације и облика објекта помоћу Тихоновљеве регуларизације и TSVD метода 57
8.8. Обрада ретких сигнала 59
8.9. Пример: одређивање локације и облика објекта помоћу обраде ретких сигнала 61
9. Квалитативне технике засноване на разлагању на сингуларне вредности 64
9.1. Мултистатичка матрица података 64
9.2. MUSIC 66
9.3. Задатак: примена алгоритама MUSIC 67
9.4. Задатак: локализација објекта иза зида применом алгоритма MUSIC 69
9.5. Линеарно одабирање (LSM) 71
9.6. Задатак: локализација цилиндара применом линеарног одабирања 73
9.7. Задатак: локализација објекта иза зида применом линеарног одабирања 74
10. Холографија 75
10.1. Увод 75
10.2. Полазне једначине 75
10.3. Подсетник – Фуријеова трансформација 77
10.4. Фуријеова трансформација једначине расејања 78
10.5. Задатак: добијање холографске слике помоћу виртуелног планарног низа 80
11. Квантитативне технике реконструкције 84
11.1. Увод 84
11.2. Борнова инверзија 84
11.3. Задатак: примена Борнове инверзије за одређивање састава објекта 87

11.4. Борнов искривљени итеративни алгоритам 89
11.5. Нумеричка имплементација Борновог искривљеног итеративног метода..... 91
11.6. Задатак: одређивање састава хомогеног објекта помоћу Борновог искривљеног итеративног метода..... 92
11.7. Алтернативна формулација Борновог искривљеног итеративног алгоритма..... 94
Литература..... 96

1. Увод

У многим практичним применама јавља се потреба за откривањем и испитивањем визуелно недоступних објеката, попут детекције удаљених летелица и пловила, уочавања дефеката у грађевинама, проналажења закопаних објеката и сл. Од интереса су локација траженог објекта, његов облик и, евентуално, састав. Сама природа испитиваних објеката је разнородна: у грађевини је то пукотина у зиду или арматури, у подземним истраживањима – археолошко налазиште или скривена мина, у радарским проблемима – покретна мета, у медицини – измењено ткиво. Свим овим апликацијама је заједничка примена електромагнетског зрачења ради добијања слике. У највећем броју случајева, ради се о *активном* претраживању где се предајним антенама зрачење усмерава ка објекту, а потом, пријемним антенама мери електромагнетско поље измењено због присуства објекта. Ова пертурбација поља садржи такозвани „отисак“ објекта, на основу кога можемо да га реконструишемо у одређеној мери. У неким ситуацијама, антене прикупљају електромагнетско поље које објекат сам зрачи. Тада се примењује такозвано *пасивно* испитивање. Примери су локализација предајника, мапирање ледених покривача и одређивање састава тла.

Ради формирања слике објекта, користе се различити делови електромагнетског спектра. Избор учестаности зависи од конкретне примене и најчешће је резултат компромиса између потребног нивоа детаља (резолуције слике) и дубине продирања електромагнетских таласа. Наиме, резолуција слике је обрнуто пропорционална таласној дужини. Међутим, са порастом учестаности расте апсорпција електромагнетских таласа, што онемогућава приступ дубљим деловим објекта. У великом броју примена микроталасни део спектра, који обухвата опсег учестаности од 300 MHz до 300 GHz, представља оптималан избор. Додатна погодност микроталасних система је доступност компонената, као и њихова релативна безбедност по људско здравље.

Предмет овог курса су алгоритми за одређивање локације, облика и састава непознатих објеката на основу података добијених антенским мерењима. Ови проблеми спадају у класу *инверзних проблема расејања*. Директно решавање ових проблема је тешко због њихове нелинеарности, као и због тога што не постоји јединствено решење. Да би се олакшало њихово решавање, уводе се различита упрошћења, попут Борнове апроксимације. Последице нејединствености решења се ублажавају техникама регуларизације, које се примењују и у другим инжењерским областима као што су обрада сигнала и вештачка интелигенција.

Алгоритми који ће се обрађивати су: формирање снопа (*beamforming*), разлагање на сингуларне вредности (*singular value decomposition*), MUSIC, линеарно одабирање (*linear sampling*), обрада ретких сигнала (*sparse signal processing*) и други. Поред теоријског објашњења сваког алгоритма, књига садржи и практичне примере за вежбу

урађене у програмским пакетима Matlab/Octave. Сваки пример прати модел експеримента урађен у програму за решавање електромагнетских проблема WIPL-D Pro. Готови модели се могу скинути са сајта предмета, а за студенте који желе да се самостално окушају у коришћењу овог програма, дата су детаљна упутства.

2. Формирање снопа и процена правца приспећа таласа

2.1. Увод

У овом поглављу описаћемо један од основних алгоритама за детекцију правца приспећа електромагнетског таласа – формирање снопа (*beamforming*)[1]. Потом ћемо приказати и општије варијанте овог алгоритма које се могу користити за локализацију и/или добијање слике непознатих објеката који се налазе у произвољној средини. Основне одлике овог алгоритма су робусност, једноставна примена, али и мала резолуција.

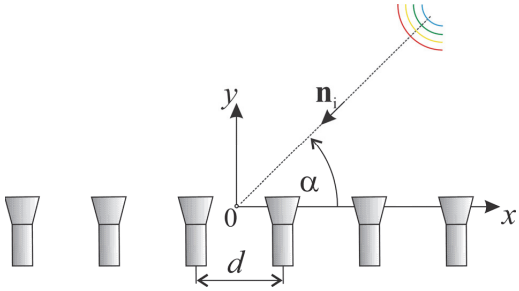
2.2. Одређивање правца приспећа таласа

Претпоставимо да се у далеком пољу пријемног антенског низа налази непознати извор зрачења. Задатак је да на основу измерених напона на приступима антена одредимо правац одакле зрачење долази (*direction of arrival*, DOA). На слици 1 приказан је пример линеарног униформног антенског низа код кога су антене постављене дуж *x*-осе. Раван претраживања је *xOy* раван, а угао приспећа таласа је означен са α. Линеарни антенски низ омогућава одређивање правца доласка сигнала у једној равни. Ако желимо да одредимо правац доласка сигнала у тродимензионалном простору, потребно је да се антене распореде по површи.

Претпоставимо да је дужина низа много мања од његове удаљености од извора зрачења. У том случају, до низа стиже раван униформан електромагнетски талас који можемо представити изразом [2]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta \mathbf{r}\cdot\mathbf{n}_\mathrm{i}}, \tag{1}$$

где је $\mathbf{r}$ вектор положаја тачке у којој посматрамо поље, $\mathbf{n}_\mathrm{i} = -\cos\alpha \mathbf{i}_x - \sin\alpha \mathbf{i}_y$ јединични вектор који описује правац приспећа таласа, $\beta = \dfrac{\omega}{c} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ фазни коефицијент и $\mathbf{E}_0$ вектор јачине електричног поља у координатном почетку.



Слика 1. Антенски низ и инцидентни сигнал.

На основу (1), однос вектора електричног поља измерених на месту *j*-те и прве антене износи

$$\frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)}{\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)} \approx \frac{\mathbf{E}_0 \exp(-\mathrm{j}\beta \mathbf{r}_j \cdot \mathbf{n}_i)}{\mathbf{E}_0 \exp(-\mathrm{j}\beta \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_i)} = \exp\left(-\mathrm{j}\beta \mathbf{n}_i \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_1)\right). \tag{2}$$

Ако растојање између суседних антена означимо са d , положај *j*-те антене у односу на прву антену у низу је

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_1 + d(j-1)\mathbf{i}_x . \tag{3}$$

Одатле следи да је поље на месту *j*-те антене

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_1)\exp(+\mathrm{j}\beta d(j-1)\cos\alpha). \tag{4}$$

Индукована електромоторна сила пропорционална је инцидентном електричном пољу, те имамо да је напон на приступу *j*-те антене

$$V_j \approx V_1 \exp(+\mathrm{j}\beta d(j-1)\cos\alpha). \tag{5}$$

Примљени сигнали имају приближно исте ефективне вредности, али им се фазе разликују. Замислимо да хоћемо да саберемо све примљене сигнале, али након што им претходно уједначимо фазе. Одговарајућа сума би била

$$S(\alpha) = \sum_{i=1}^{M} V_i \exp(-\mathrm{j}\beta d(i-1)\cos\alpha), \tag{6}$$

где M означава укупан број антена у низу. Множењем са $\exp(-\mathrm{j}\beta d(i-1)\cos\alpha)$, поништава се фаза *i*-те антене јер је $\arg(V_i) = \mathrm{j}\beta d(i-1)\cos\alpha$, где arg означава аргумент комплексног броја. Када заменимо (5) у (6), добијамо да је

$$S(\alpha) = \sum_{i=1}^{M} V_i \exp(-\mathrm{j}\beta d(i-1)\cos\alpha) = MV_1 . \tag{7}$$

Компензовањем фазе добили смо суму чија је вредност M пута већа од примљеног сигнала на првој антени. Међутим, да бисмо то постигли, потребно је да знамо угао α ,